

# ТУРБУЛЕНТНОСТЬ.

## ГРАДИЕНТНЫЕ ВОЛНЫ КЕЛЬВИНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА

*На основании проделанного теоретического и экспериментального анализа изложена физика возникновения градиентных волн Кельвина-Гельмгольца, основанная на проявлении нелинейных дисперсных эффектов.*

*Продemonстрирован синергетический метод исследования нелинейных физических процессов на примере градиентных волн Кельвина-Гельмгольца.*

*Получены решения, описывающие эволюцию градиентной волны Кельвина-Гельмгольца при начальных условиях развития волн Толмина-Шлихтинга.*

*Done on the basis of theoretical and experimental analysis, the physics of gradient Kelvin-Helmholtz waves, based on the manifestation of nonlinear dispersive effects is presented.*

*The synergistic method of research in nonlinear physical processes on the example of gradient Kelvin-Helmholtz waves is demonstrated.*

*The solutions in describing of evolution of the gradient Kelvin-Helmholtz waves at the initial conditions of Tollmien-Schlichting wave motion is obtained.*

**Ключевые слова:** турбулентность, вихри, волны.

**Keywords:** turbulence, vortex, waves.

**Юрий Михайлович Кочетков**, д.т.н.

**Николай Юрьевич Кочетков**, к.т.н.

В предыдущей работе [1] волновое движение было выделено как особый вид турбулентного течения сплошной среды. Действительно, если рассматривать это движение как послойное, и линии тока считать эквидистантными, то его можно считать одновременно и ламинарным. То есть этот вид движения справедливо называть движением в переходном режиме. Но все это - условности, и мы также условимся называть турбулентное течение либо вихревым, либо торсионным, либо течением в виде их комбинаций и комбинациями с другими видами течения.

Вернемся к волновому движению сплошной среды. Ранее [1] было показано, что оно следует после ламинарного, то есть при увеличении числа Рейнольдса наступает ситуация, когда ламинарное течение становится неустойчивым. Возникают синусоидальные волны Толмина-Шлихтинга. Это - результат воздействия на упругую среду внешних возмущений, порожденных либо трением (вязкостными силами), либо положительным градиентом давления, связанным с появлением кривизны линий тока. Эти возмущения как традиционно принято говорить "случайные возмущения", неслучайные. Они уже заложены в структуре потока, в котором из-за названных выше причин появляются нормальные составляющие относительно линии тока. При малых скоростях потока зависимость скорости от координаты, перпендикулярной линии тока  $y$ , слабая. Другими словами зависимость  $v(y)$  находится в условиях пропорциональности. Процесс происходит в линейной упругой зоне параметров. Здесь справедлив закон Гука - напряжение и деформация пропорциональны друг другу. Этот великолепный закон имеет статус универсального, и он работает в различных разделах физики не зависимо от строения и фазы упругой среды. При увеличении нагрузки на поток, т.е. при повышении числа Рейнольдса, возникает новая ситуация, когда помимо нормальной составляющей, на линии тока начинает по-особому воздействовать продольная составляющая. Так, например, если у стенки канала, в который заключен поток, из-за трения скорость равна нулю, а в непосредственной близости она изменяется пропорционально нормальной ей координате, либо линии тока, то в дальнейшем, в отмеченных выше условиях, она начинает зависеть нелинейно. В этом случае уже говорят, что поток, движущийся в волновом режиме, то есть в режиме Толмина-Шлихтинга, будет деформироваться. Скорость движения волны будет зависеть от ее амплитуды. Волна из синусоидальной будет превращаться в так называемую градиентную волну Кельвина-Гельмгольца (рис. 1). С этого момента течение становится нелинейным. С математической точки зрения наступает момент, когда в уравнениях движения необходимо учитывать нелинейные (конвективные) члены.

### О Роберте Гуке, как о родоначальнике теории упругости

Великий английский ученый, естествоиспытатель и изобретатель Роберт Гук оставил свой глубокий и четкий след как в исто-



Роберт Гук

рии мировой науки так и в ее содержании. Будучи по своей дерзкой натуре экспериментатором, он все свои научные достижения наглядно и эффектно демонстрировал членам английского Королевского общества, проводя в их присутствии уникальные опыты. К сожалению, о научных достижениях Роберта Гука говорят традиционно очень мало, а в книгах, за малым исключением, излагается его великолепный закон упругости. Все, от школьника до зрелого специалиста, как "Отче наш" знают, что деформация пропорциональна напряжению. Такое, на первый взгляд, простое утверждение лежит в основе всей теории упругости. Но этот же закон породил, тем не менее, многие направления в физической науке. Теория колебаний, теория малых возмущений в сверхзвуковой и гиперзвуковой газовой динамике, теория динамики низкотемпературной плазмы, теория устойчивости движения жидкости и т.д. явились воплощением этого закона. Но! Помимо этого закона, Роберт Гук раньше Бойля (и тот не возражал) открыл закон Бойля-Мариотта. Им была впервые выдвинута идея о волнообразном распространении света, открыта интерференция света, выдвинута гипотеза о поперечном характере световых волн. Гук впервые продемонстрировал, что высота звука определяется частотой колебаний. Показал, что теплота - это движение частиц тела. Он зафиксировал факт постоянства температуры таяния льда и кипения воды. С помощью созданного им микроскопа он впервые обнаружил живую клетку и ввел понятие "cell" - клетка. Одним из главных открытий Роберта Гука является закон всемирного тяготения  $1/r^2$ . Гук это сделал раньше Ньютона, и только благодаря воле хитрого политического игрока Вольтера, пользовавшегося невероятной популярностью в светских салонах Ньютон предстал как первооткрыватель этого закона мироздания. К сожалению, следует констатировать весьма трагичный факт из жизни великого Исаака Ньютона. Он после смерти Гука уничтожил все его портреты. Представленный в работе портрет Роберта Гука является лишь современной реконструкцией по описаниям его коллег. Но тут ни-

чего не поделаешь! Уходят годы, столетия, а великие люди и их открытия все равно остаются в памяти благодарных потомков. И сейчас наши современники с особым трепетом и уважением вспоминают имя гениального ученого Роберта Гука.

**Нелинейность физики. Синергетические методы**

Известно, что многие уравнения математической физики описываются уравнениями в частных производных и содержат нелинейные члены, в которых коэффициенты перед свободными производными зависят от функций или аргументов. К нелинейным уравнениям также относятся и уравнения с пересекающимися производными, с трансцендентными коэффициентами и другие всевозможные комбинации. То есть все, что отличается от линейного, называется нелинейным.

Можно привести несколько примеров нелинейных уравнений, которые в физической и математической науках играют важную роль. Это - уравнение Кортевега-де-Вриза, уравнение Кадомцева-Петвиашвили, уравнение Шредингера, уравнение Клейна-Гордона и др. Такие уравнения в настоящее время, как говорят, "не решаются, а пытаются". Прежде чем решить подобное уравнение, необходимо его как следует проанализировать. В этой ситуации помогают теорема Коши-Ковалевской об интегрируемости и признак интегрируемости Ковалевской-Пенлеве. Не вдаваясь в дальнейшие уточнения о малочисленных методах известных аналитических решений, которые можно найти в специальной литературе по нелинейным уравнениям и литературе о солитонах [2], остановимся на том, как нелинейные уравнения решаются в практической деятельности.

Поскольку для каждого конкретного случая точных способов решения обычно не находят, то успеха добиваются, комбинируя численные и аналитические методы. Н. Забуский назвал такой комбинированный подход синергетическим (от греческого "синергетика" - совместное или согласованное действие). "Синергетический подход к нелинейным математическим и физическим задачам", - писал он, - можно определить как совместное использование анализа и численной машинной математики для получения решений". Часто нелинейную динамику называют синергетикой. Этот неологизм синергетика (как наука) акцентирует влияние на согласованности взаимодействия частей при образовании структуры как единого целого.

В газодинамической науке также возможно использование методов синергетики. Покажем это на примере, иллюстрирующем эволюцию градиентной волны Кельвина-Гельмгольца.

**Об эволюции градиентных волн Кельвина-Гельмгольца**

Математический аппарат для описания динамики развития градиентных волн Кельвина-Гельмгольца на сегодняшний день отсутствует. Во всяком случае, не встречается в литературе какое-либо объяснение этого феномена с использованием каких-либо уравнений математической физики. Да, следует отметить прогресс в части изучения солитонов. Но эти достижения носят либо чисто эмпирический характер, либо расчетный с применением идеализированных моделей. Наиболее популярное и нашумевшее в свое время нелинейное уравнение, полученное Кортевегом и де-Вризом для описания течения на "мелкой" воде, явилось рубежом забвения солитонной тематики после Джона Скотта Рассела.

Это уравнение породило ошеломляющую научную инициативу и дало мощный импульс развитию теории солитонов в различных областях физики. Решение этого уравнения (УКФ) было получено в виде простейшего солитона и описывалось, как принято говорить в специальной литературе, обратным квадратом секанса. Внешне этот солитон имел симметричное очертание и был похож на обычную стоячую волну.

Известно, что солитоны будут устойчивы, когда конкуренция диссипативных и дисперсных членов достигает баланса. Проще, когда нелинейный член равен вязкостному. В связи с этим наиболее простым и наглядным уравнением нелинейной математичес-

кой физики является уравнение Бюргерса

$$v_\tau + vv_x = \eta v_{xx}$$

которое в самом чистом виде показывает присутствие нелинейного члена и вязкостного. Это уравнение по существу является упрощенным уравнением Навье-Стокса. С помощью этого уравнения можно иллюстрировать сразу проявление двух эффектов: влияние на течение нелинейности и влияние вязкости. Для понимания динамики развития градиентных волн Кельвина Гельмгольца будем рассматривать еще более упрощенное уравнение, содержащее только нелинейный член. Это - уравнение Хопфа [3]

$$v_\tau + vv_x = 0.$$

Будем решать задачу Коши для этого уравнения с начальным условием  $v = \varphi(x)$  при  $\tau = 0$  в диапазоне  $-\infty < x < \infty$ . При этом закон изменения начального профиля скорости возьмем из работы [1], где он был получен аналитически при решении задачи Толмина-Шлихтинга. Для простоты воспользуемся уже готовым численным решением, представленном в работе [4], подобрав при этом коэффициенты при функции синус такими, чтобы кривая, описывающая скорость в начальный момент времени максимально совпадала по форме с классической кривой "обратный квадрат секанса"

$$Y(x) = ch^{-2}(x - \frac{\pi}{4}) + 1 \approx \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{3}{2}.$$

В этом месте мы как раз применяем синергетический метод, то есть полученные аналитические решения мы заложили в численное решение нелинейного уравнения Хопфа. Решение такой задачи Хопфа будет определять эволюцию так называемой уединенной волны (рис. 1).

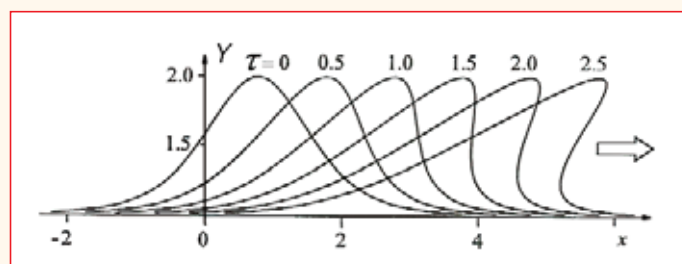


Рис. 1 Результат расчёта деформации градиентной волны Кельвина-Гельмгольца

Из рис. 1 четко видно, что симметричная волна Толмина-Шлихтинга постепенно превращается в градиентную волну Кельвина-Гельмгольца. Также видно, что, начиная с некоторого момента времени, происходит опрокидывание волны. Этот процесс постепенно приходит к ситуации, когда наступает так называемая "градиентная катастрофа". Волна может накрыть поверхность, вдоль которой она развивается. В случае учета вязкостных сил, видимо, этой катастрофы может и не произойти, и на гребне волны может сформироваться спиральное и в дальнейшем вихревое течение. Но этот вопрос требует детального анализа и должен быть подкреплен экспериментом. В некоторой части природа его уже провела (рис. 2).



Рис. 2 Эксперимент природы по превращению волны Толмина-Шлихтинга в градиентную волну Кельвина-Гельмгольца и её деформации

**Природные явления для доказательства нелинейных газодинамических эффектов**

В работе [5] был сделан анализ развития турбулентного пограничного слоя вблизи обтекаемой стенки сопла и в том числе были качественно описаны градиентные волны Кельвина-Гельмгольца. Для дополнительного подтверждения этого фундаментального газодинамического эффекта были приведены фотографии природных явлений, представленные в Интернете корпорацией Microsoft.

Классической иллюстрацией градиентных волн Кельвина-Гельмгольца является накрывная волна, зарождающаяся в океане при шторме. Такая волна - вожденная мечта спортсменов - экстремалов, специализирующихся по серфингу (рис. 3).



Рис. 3 Мечта серфенгиста



Рис. 4 Градиентные волны Кельвина-Гельмгольца над вершинами гор...

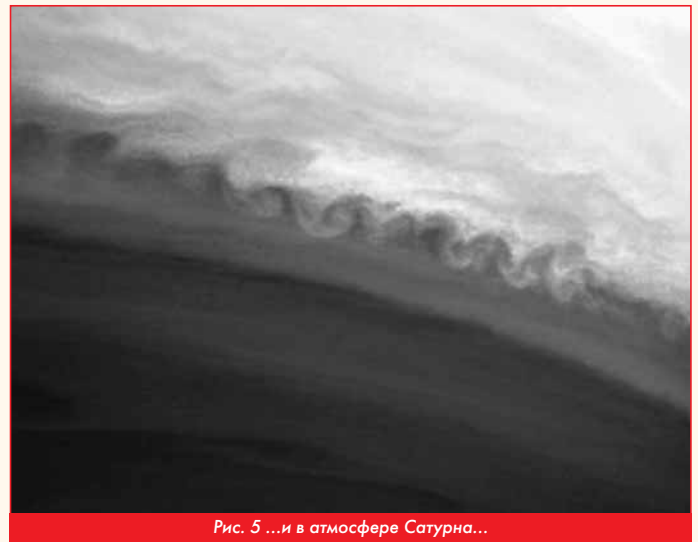


Рис. 5 ...и в атмосфере Сатурна...

Другими примерами могут служить великолепные небесные картины природы, сформировавшиеся из облаков над горным массивом Земли и в гигантской атмосфере Сатурна (рис. 4, 5). Можно представить восторг людей, наблюдавших эти классические газодинамические явления над крышей своего дома (рис. 6).

**Литература**

1. Ю.М. Кочетков, Н.Ю. Кочетков. Турбулентность. Волны Толмина-Шлихтинга. // Двигатель № 1, 2014 г.
2. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М. Мир. 1988 г.
3. М. Абловиц, Х. Сигур. Солитоны и метод обратной задачи. М. Мир. 1987 г.
4. А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Жуков. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М. Физматлит, 2005 г.
5. Ю.М.Кочетков, Н.Ю. Кочетков. Турбулентность в РДТТ. Разделительные линии. // Двигатель №4, 2010 г.

Связь с автором: [swgeorgy@gmail.com](mailto:swgeorgy@gmail.com)



Рис. 6 ...и над крышей дома своего

**ИНФОРМАЦИЯ**

В ОАО "Авиадвигатель" состоялся научно-технический совет, посвященный созданию силовой установки для самолета с полностью электрифицированным оборудованием.

Поводом для мероприятия послужило решение Экспертного совета ФГУП "ЦАГИ" рекомендовать для утверждения Минпромторгу России проект "Комплексной программы по созданию полностью электрического самолета" (ПЭС), рассчитанной на период с 2014 по 2022 гг. Модернизацию двигателя ПС-90А и его систем под концепцию ПЭС предстоит выполнить пермскому КБ в коопе-

рации с другими предприятиями.

В настоящее время одним из стратегических направлений развития мировой авиации является переход к концепции самолета с полностью электрифицированным оборудованием (устоявшееся наименование - "полностью электрический самолет" или ПЭС), под которым понимается самолет с единой централизованной системой электрооборудования, обеспечивающей все энергетические потребности самолета.

В НТС приняли участие представители ОАО "Туполев", ФГУП "ЦИАМ", ОАО "ОДК", ОАО "НПО "Сатурн", ОАО "УМПО"

- ОКБ им. А. Люльки, ОАО "Электропривод", ОМКБ, ОАО "Молния", ОАО "Стар", ОАО "Авиационное оборудование", ЗАО "Диаконт".

"При разработке экспериментального двигателя на базе ПС-90А для ПЭС следует использовать весь опыт, накопленный нами при создании двигателя ПД-14. Мы должны применить технологии - от проектирования до производства - конкурентоспособные в первой четверти XXI века", - подчеркнул Александр Иноземцев, генеральный конструктор ОАО "Авиадвигатель".

(Инф. по проблеме ПЭС см. стр. 46. Ред.)