

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ. ФУНДАМЕНТАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ СВЕРХЗВУКОВОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ И НОВЫЙ МЕТОД ПРОФИЛИРОВАНИЯ СОПЕЛ ЖРД

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

Профилмирование сверхзвуковых сопел ракетных двигателей преследует целью достижение максимального удельного импульса тяги для данного двигателя за счет оптимального геометрического расширения продуктов сгорания. Сопла профилируют практически для всех двигателей на химическом, ядерном и солнечном принципе, где рабочим телом является вещество. Существующие способы профилирования сверхзвуковых сопел сводятся к использованию невязких и несжимаемых уравнений Эйлера с последующим введением в общую систему уравнений пограничного слоя для расчета течений непосредственно у стенки, тем самым подменяя прямое использование уравнений Навье–Стокса внутри всей сверхзвуковой области сопла. Предлагается новый метод, построенный на базе фундаментального уравнения сверхзвуковой газодинамики.

Основными трудностями, которые возникают при решении уравнений Навье–Стокса являются их нелинейность и высокий порядок. Часто этими особенностями пренебрегают и переходят к решению линеаризованных уравнений Эйлера, но поскольку они становятся невязкими, возникает проблема с граничными условиями. Приходится ставить вместо условий прилипания условия непротекания. После таких упрощений появляются две новые дисциплины в науке. Это - теория пограничного слоя и теория о потерях удельного импульса тяги. Обе эти теории обладают высокой степенью эмпиризма и из-за кажущейся на неискушенный взгляд простоты часто используются при расчетах и не всегда оправданно. Так, например, применение методов турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом сопле является недоказанным, а причисление термодинамического удельного импульса тяги к соплам, спроектированным с помощью уравнений Эйлера, по крайней мере - неточным. Поэтому, с уважением признавая титанические труды предшественников, следует констатировать, что некоторые моменты их деятельности, их взгляды на отдельные вопросы необходимо поправлять с учетом новых фактов. Так, например, настало время уточнить режим течения в сверхзвуковом сопле. Какой он? Турбулентный или ламинарный? Для этого сначала докажем теорему.

ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Турбулентность может возникнуть по двум причинам: из-за наличия вязкости и положительного градиента давления. И в том и в другом случае под турбулентностью понимают состояние потока, при котором формируются вихревые течения или просто вихри. Такое определение, данное лордом Кельвином, следовало из экспериментов Осборна Рейнольдса, и оно логично, потому что все другие виды движения подвижных сред поступательное и волновое не приводят к обратным циклическим течениям.

Итак, считается, что турбулентное течение - это вихревое течение. Оно - не потенциальное и не послойное. Математическая запись такого течения может быть представлена в виде:

$$\text{rot } \vec{V} \neq 0 \text{ или } \text{rot } \text{rot } \vec{V} \neq 0.$$

В первом случае - эти символы отражают наличие вихрей в потоке; во втором - наличие областей кручения потока.

Рассмотрим два случая течения, которые возникают при работе ЖРД.

Первый случай - это течение в области зоны смешения вплоть до зоны горения, а точнее правой части (завершающей) зоны горения.

Что здесь происходит. Турбулентный поток, состоящий например, из двух турбулентных струй окислителя и горючего с дозвуковой скоростью через форсунки поступает в зону горения. У каждой струйки (рис. 1) имеется свое количество движения и оно сохранится, если не будет фазового перехода. Кроме того, у каждой струйки возможен свой вектор вращения $\vec{\omega}$ или вектор кручения $\vec{\Omega}$. Но! После достижения зоны горения в точке пересечения струек произойдет химическое взаимодействие и образуется новый продукт - продукт сгорания. После химической реакции зона горения наполняется продуктами фазового перехода. При этом нарастает масса газа. Поток становится изотропным и к правой границе он подходит равномерным с практически нулевой скоростью $M \approx 0$. После достижения этой границы поток под влиянием перепада давления ($\text{grad } P$) начинает продвигаться к соплу. В зоне горения суммарное количество движения подошедших струек тока и достигших этой области становится равной нулю. Внутри этой области все криволинейные линии тока и вихревые линии пропадают. Остаются только прямолинейные линии тока, характеризующие поступательное движение в сторону сопла. Очевидно, что при этом никакой турбулентности, начиная от правой границы зоны горения в потоке не будет и $\text{rot } V = \text{rot } \text{rot } V = 0$.

Во втором случае, при движении по камере сгорания поток может турбулизироваться. Встречающиеся препятствия и вязкость, проявляющаяся вблизи стенок, начинают искривлять линии тока. При этом каждая линия тока существенно влияет на возникновение режима турбулентности. Если в предыдущем случае линии тока обладали химическим средством и могли вступать в реакцию, как бы пересекаясь между собой и образуя общий объем, заполненный продуктами сгорания, то в случае двух совершенно одинаковых линий тока разговора ни о каком пересечении быть не может.

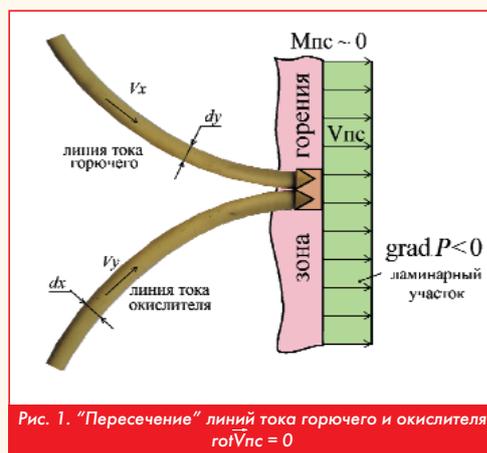


Рис. 1. "Пересечение" линий тока горючего и окислителя $\text{rot } V_{nc} = 0$

Более того, известный из газодинамики фундаментальный факт о том, что в дозвуковом потоке линии тока чувствуют перед собой преграду, говорит, что они разойдутся. Этот факт предполагает некий прогноз течения. То есть, если бы мы захотели узнать, из какой точки вышла та или иная линия тока, то это мы могли бы сделать, восстановив её от места фиксации до начала, какая бы замысловатая кривая при этом ни была.

Таким образом, две произвольные линии тока никогда не наткнутся друг на друга и не пересекутся. Они как козочки из известной сказки перейдут речку по узкому мостику. На рис. 2 эта ситуация символически представлена с помощью проволоочной аналогии. Видно, что вблизи друг друга линии тока изгибаются, и возникает геометрическая кривизна. Это - иллюстрация случая зарождения турбулентности. Ведь что такое линия тока? Это - геометрическое место точек, где сосредотачиваются основания касательных к ней, то есть основания векторов абсолютных скоростей газового потока. И если линия тока искривляется, то вектор скорости меняет свое направление в сторону нормали. Далее, обращаясь к определению величины завихренности в потоке

$$\text{rot } \vec{V} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \vec{k},$$

отметим, что каждый коэффициент в данной формуле, стоящий при ортах \vec{i} , \vec{j} и \vec{k} будет отличаться от нуля. Это означает, что вихрь в такой ситуации присутствует и турбулентность имеет место.

ТЕОРЕМА О ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Известно [1], что в сверхзвуковом потоке отсутствует влияние вверх по потоку. По образному выражению Прандтля, сверхзвуковой поток слепо натывается на препятствие. Это значит, что возмущение от препятствия не успевает распространиться вперед, не успевает предупредить частицы жидкости, движущиеся навстречу препятствию, о том, что их ожидает; в результате характер обтекания препятствий, характер движения сверхзвукового потока оказывается совершенно отличным от обычных картин движения несжимаемой жидкости. Было показано, что с момента достижения потоком звуковых скоростей возникает замечательный фундаментальный эффект - появление скачков уплотнения в условиях его ускорения. Взамен турбулентности в дозвуковом течении, в сверхзвуковом приходят дискретные сгустки потока - ударные волны, внутри которых, так же как и при наличии вихревых течений (турбулентности) возрастает энтропия.

Уточним один момент. Возрастание энтропии не всегда приводит к появлению вихревых течений. В сверхзвуковых потоках возрастание энтропии приводит к появлению ударных волн. Причём ударная волна является сгустком турбулентности в сверхзвуковой области. Она выполняет те же самые функции, что и турбулентность в дозвуковом потоке и появляется тогда, когда параметры потока возрастают. Так как ударная волна занимает очень тонкую область, в проекции - это, как правило, прямая линия, то все остальное пространство до неё и после неё - ламинарное, а значит оно послойное, такое же, как и ламинарный пограничный слой.

Для доказательства теоремы о ламинарности сверхзвукового потока воспользуемся графической аналогией, представленной на рис. 3.

Допустим, что две линии тока пересекаются в сверхзвуковом потоке. В соответствии с Прандтлем, они почувствуют друг друга только после столкновения. Будем рассматривать течение в этой точке. Поскольку обе

линии тока равноценны, то в результате следует ожидать, что после столкновения они, скорее всего, пойдут параллельно друг другу и могут быть представлены как один двужильный электрический провод, направленный по биссектрисе. Эта модель не единственная, и она, в общем для нашего рассмотрения не принципиальна. Для полноты картины упомянем, что после образовавшейся

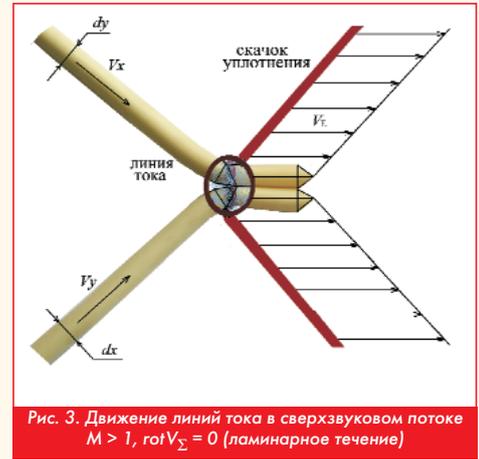


Рис. 3. Движение линий тока в сверхзвуковом потоке $M > 1, \text{rot } V_{\Sigma} = 0$ (ламинарное течение)

принятой конфигурации очевидно необходимо учесть появление какого скачка, выходящего из точки пересечения. И его тоже можно определить. Но нас интересует не это. Нас интересуют события, происходящие в самой точке. Для конкретности рассуждений представим "пересекающиеся" линии тока не как математические линии в геометрии, а как некие струйки тока с размерами dx и dy (плоский случай). Тогда, поскольку струйки тока прямолинейные, то скорости V_x и V_y вдоль них постоянные. Более того, поскольку это струйки тока, то скорости их в поперечном направлении неизменны. На противоположных границах каждой из струек скорости одинаковы

$$V_x(dy) = \text{const} \text{ и } V_y(dx) = \text{const}.$$

Теперь по аналогии с предыдущим случаем запишем формулу для величины $\text{rot } \vec{V}$. Достаточно это проделать для плоского случая

$$\text{rot } \vec{V} = \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \vec{i}.$$

Но! Поскольку мы уже показали, что производные поперек струек равны нулю, то и их разность также равна нулю в точке "пересечения".

Этот факт был очевиден и без доказательства, так как известно из многочисленных опытов, что встречных движений в сверхзвуке быть не может.

Никакой вихрь не сможет существовать в сверхзвуковом потоке. Ему на смену приходит скачок уплотнения. Таким образом, можно сформулировать следующую теорему:

В сверхзвуковом потоке турбулентность отсутствует. Течение в сверхзвуке всегда ламинарное.

Далее покажем, что во всех практических случаях ЖРД турбулентность в сверхзвуковых соплах отсутствует. Для этого все-таки обратимся к теории пограничного слоя. Воспользуемся универсальным логарифмическим законом пограничного слоя, который был получен в соответствии с гипотезой Прандтля и великоленными опытами Никурадзе и Рейхарда. Определим с его помощью толщину ламинарного подслоя и далее сравним эту толщину с областью пристенного дозвукового потока с внешней границей ($M = 1$). Расчеты, проведенные по методикам [2, 3], показали, что толщина ламинарного подслоя составляет долю порядка 0,1, а дозвуковая граница для реальных ракетных двигателей на порядок меньше (рис. 4). Поскольку сравнения проводились для самых предельных случаев (полууглы на входе в сопло до двенадцати градусов и показатели адиабаты до 1,12), то был сделан вывод о том, что дозвуковая пристенная область в сверхзвуковом сопле тонет в ламинарном подслое. Это означает, что внутри области, ограниченной контуром сверхзвукового сопла течение всегда ламинарное, а значит послойное и потенциальное. В соответствии с этими дополнительными доказательствами подтверждается правильность вывода [4] фундаментальных уравнений сверхзвуковой газовой динамики. В векторной форме после преобразований эти уравнения выглядят как одно

$$\rho \frac{d\vec{V}}{d\tau} = - \text{grad} \left(p + \frac{4}{3} v \frac{dp}{d\tau} \right).$$

Самый правый член в этом уравнении характеризует одновре-



Рис. 2. Огибание линий тока в дозвуковом потоке $M < 1, \text{rot } V > 0$ (турбулентность)

менно вязкость и сжимаемость подвижной среды.

Одним из граничных условий, необходимых при решении данного уравнения следует задавать условие прилипания вязкого потока к стенке сверхзвукового сопла $V_{||} = 0$.

НОВЫЙ МЕТОД ПРОФИЛИРОВАНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КРУГЛЫХ СОПЕЛ ДЛЯ ЖРД

Начиная процесс профилирования следует вспомнить об удельном импульсе тяги. Что же это такое с точки зрения не термодинамики, а газодинамики. Это - скорость потока на выходе из сопла. Таким образом, если после решения нового векторного уравнения получится профиль скорости потока на срезе сопла, то результирующая этого профиля вдоль продольной оси и будет искомым значением реального удельного импульса тяги. Что замечательно? А то, что после этого не нужно вводить какие-либо потери, а именно: потери из-за рассеивания, потери из-за трения и потери из-за химической неравновесности. Они уже учтены в самих уравнениях и, собственно, в методе. Ну и естественно отпадает потребность в использовании теории пограничного слоя, поскольку вблизи стенки уже выстроится автоматически высокоградиентное течение с тормозящимися слоями.

Теперь о профилировании. Сразу приходит в голову метод характеристик [3] и, видимо, в последующих работах его целесообразно будет развить. Посмотрим, можно ли по-другому спроектировать сопло. Может быть, оно будет оптимальным? Идея нового метода заключается в послойном оптимизировании. Вся сверхзвуковая область сопла разбивается на усеченные конусы высотой dx . В каждом интервале dx строится своя серия конусов с различными полууглами наклона образующих к оси. Далее проводится серия расчетов для различных конусов с разными полууглами наклона к оси, используя приведенное выше уравнение. Для каждой локальной серии конечных сопел выбирается такое, при котором результирующая скорость потока на срезе максимальна. Для локальных максимальных скоростей устанавливается связь с оптимальной степенью расширения конического сопла, а, значит, с оптимальным удельным импульсом тяги.

Далее, после выбора из предыдущего сечения все необходимые данные, включая результаты термодинамических расчетов в каждом сечении, формируются новые рекуррентные условия для следующего сечения, где рассчитываем несколько раз течение в надстроенном новом коническом сопле на другом интервале и определяем оптимальное значение удельного импульса тяги для следующей оптимальной степени расширения (рис. 5).

Такой послойный расчет исключает появление ошибок на каждом шаге, так как в каждом сечении оптимизируется локальный удельный импульс тяги.

Расчет проводится в зависимости от поставленной задачи. Это могут быть, например, ограничения по степени расширения на выходе из сопла. Кроме того, можно будет определить предельную степень расширения сопла, при которой будет рассчитано максимально возможное значение удельного импульса тяги.

По-видимому, изложенное выше следует обобщить с точки зрения программных реализаций. Это даст возможность провести сравнение с имеющимися методами профилирования. Данный метод послойной оптимизации имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционными методами.

1. Потери в сверхзвуковых соплах ЖРД на рассеивание, трение и химнеравновесность являются либо чисто газодинамическими (ξ_r, ξ_{tr}),

либо чисто термодинамическими (ξ_{xn}). Специально они не рассчитываются, так как послойный расчет термогазодинамики учитывает все нюансы.

2. Профилирование производится с переменным по длине показателем адиабаты.

3. При необходимости укоротить сопло, спроектированное новым методом для его дальнейшей оптимизации с целью достижения энерго-массового совершенства, не требуется укороченное сопло оптимизировать с газодинамической точки зрения.

4. Данный способ профилирования позволяет установить предельную степень расширения, при которой можно определить максимальное (предельное) значение удельного импульса тяги для данного топлива, используемого в конкретном ЖРД.

5. Применение предлагаемого способа для расчета профилирования сверхзвуковых сопел РДТТ также возможно, но потребуются введение потерь, характерных для РДТТ (из-за двухфазности и т.д.).

Литература

1. Я.Б. Зельдович. Теория ударных волн и введение в газодинамику. // М-Л. Издательство АН СССР, 1946 г.
2. Д.А. Мельников, У.Г. Пирумов, А.А. Сергиенко. Сопла реактивных двигателей. // Аэродинамика и газодинамика. М. Наука, 1976 г.
3. В.С. Авдудевский, В.К. Кошкин, Ю.А. Рыжов и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М. Машиностроение, 1975 г.
4. Ю.М. Кочетков. Турбулентность сверхзвуковых течений. (Памяти Гилевича) // Двигатель № 2, 2013 г.

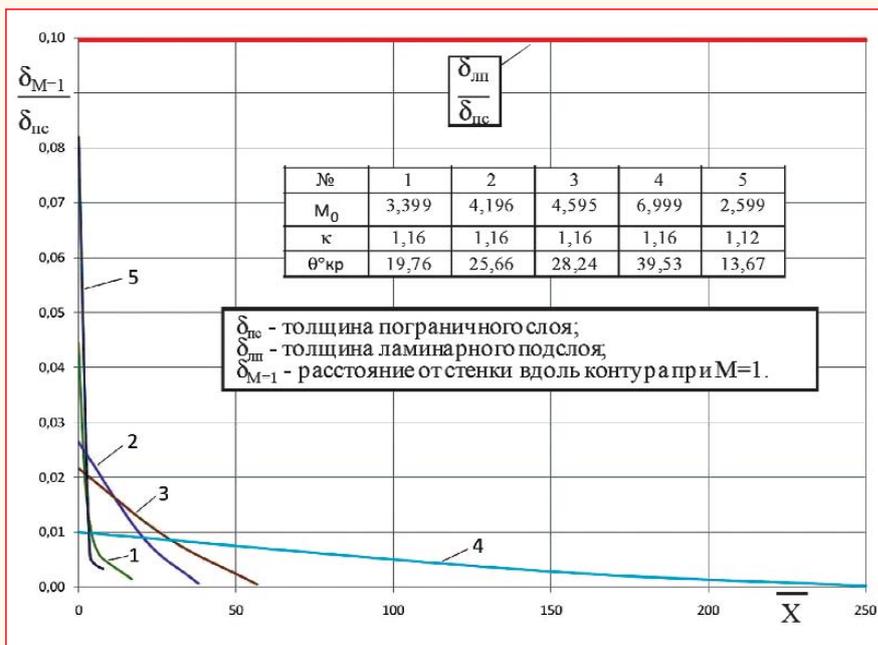


Рис. 4. Соотношения характерных толщин

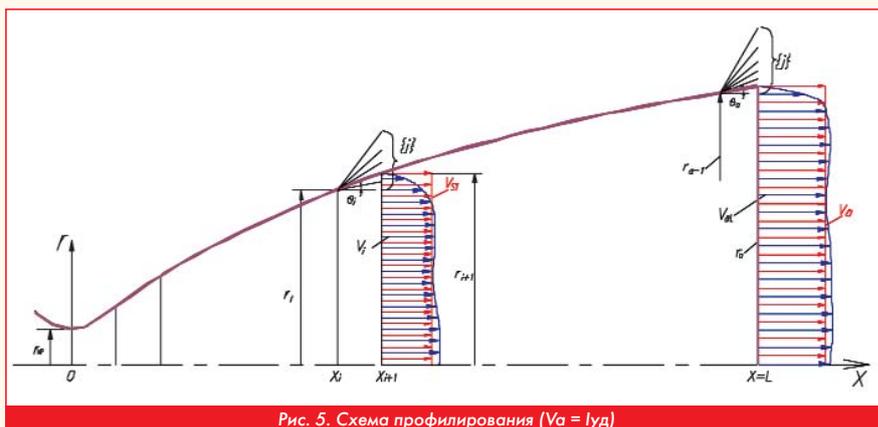


Рис. 5. Схема профилирования ($V_a = I_{уд}$)