

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ. ГЕНЕРАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СИНХРОННЫХ ЧАСТОТ

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

Турбулентность потоков продуктов сгорания ЖРД может приводить к появлению локальных автоколебаний, источниками которых являются периодические структуры в виде вихрей, торсионных жгутов и пр. Работая как связанная осциллирующая система, состоящая из акустических источников, упругая подвижная газовая среда внутри камеры сгорания, формирует устойчивую колебательную структуру с согласованными парциальными ритмами. Возникает эффект синхронизации колебательных систем. Вырабатывается суммарная мощность и общая синхронная частота. Подобно модам, отмеченным при гармоническом анализе, когда существует главная мода и обертоны, в случае реализации эффекта синхронизации отмечается последовательность значений синхронных частот. Первая синхронная частота доминирует по сравнению с другими.

В предыдущей работе [1] было дано качественное описание эффекта синхронизации, который может проявляться в условиях возникновения внутри камеры сгорания ЖРД локальных автоколебаний. Причиной возникновения этих автоколебаний является особое состояние турбулентного потока, содержащего области периодических возмущений. Это - зарождающиеся вблизи форсуночной головки вихревые структуры, периодические жгуты около областей охлаждающей завесы, периодические течения вблизи резонаторов и т.д. Такие возмущения продуцируют локальный колебательный процесс и сами являются осцилляторами, которые излучают в поток колебательную энергию. При наличии в камере сгорания нескольких источников таких колебаний, элементарный объем газа, находящийся между ними воспринимает их как некоторую совокупность внешних воздействий и идентифицирует их, с математической точки зрения, как эквивалентную вынуждающую периодическую силу, являясь правой частью главного уравнения колебательного звена. В соответствии с теоремой взаимности Гельмгольца [2], можно утверждать, что воздействие на элементарный объем звукового давления от каждого парциального источника будет такое же, как и давление вблизи этого источника. При этом можно считать, что поток акустической энергии от источника будет обладать свойствами прожектора, облучающего рассматриваемый элементарный объем. Понятно, что вся масса газообразных продуктов сгорания является акустической связью между парциальными источниками излучения. Эта связь может быть как сильной, так и слабой. Все зависит от мощности источника, то есть от величины амплитуды колебаний, а точнее от квадрата амплитуды. Суммарное воздействие на каждый элемент связи будет формировать единый ритм всей системы в целом. Система, включающая в себя поток продуктов сгорания в камере ЖРД и локальные осциллирующие области, будет работать синхронно. При этом будет выработана одна единственная частота системы - синхронная частота. Важным для достижения синхронности является наличие парциальных автоколебаний и когерентность источников.

Вспомогательные преобразования

В дальнейшем для понимания эффекта синхронизации автоколебаний в ЖРД потребуется знание дополнительных условий их возникновения и конкретизации рабочих параметров, позволяющих проводить спектральный анализ.

Как было показано в первой отмеченной работе, необходимым условием возникновения локальных (парциальных) автоколебаний является условие, накладываемое на критерий Филина-Зенина.

В совокупности с достаточным условием ($\omega = \text{const}$), это условие может быть представлено в следующем виде

$$\frac{\kappa M^2 R^2}{v} \frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau} > 1.$$

Назовем член $\frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau}$, имеющий размерность частоты, пульсацией скорости, направленной вдоль радиуса кривизны и перпендикулярной линии тока $\omega_{\perp} = V_{\perp}/R$.

После чего условие Филина-Зенина можно будет записать

$$\frac{\kappa M^2}{\text{Be} \cdot \text{Sh}} > 1,$$

где κ и M - число Пуассона и Маха;

$$\text{Be} = \frac{v}{R^2 \omega_0} - \text{число Беренса};$$

$$\text{Sh} = \frac{\omega_0 R}{V_{\perp}} - \text{число Струхалея}.$$

Используя понятие пульсации из газодинамического расчета можно определить значение собственной частоты

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = \frac{4v\kappa}{a^2} \omega_{\perp}.$$

Здесь по-прежнему ω и a - угловая скорость и скорость звука в потоке.

Критерий Меньшиковой также можно представить в наглядном виде, используя понятие пульсации

$$\text{Me} = 2\pi\kappa M^2 \frac{\omega_{\perp}}{\omega_0}.$$

Начальные условия в задаче об автоколебаниях

Главное уравнение колебательного звена при наличии автоколебаний запишется аналогично обычному уравнению для линейного осциллятора и будет справедливо лишь для каждой конкретной рассматриваемой точки газового объема

$$\frac{d\tilde{p}_i}{d\tau} + \omega_{0i}^2 \tilde{p}_i = 0,$$

где \tilde{p}_i - амплитудная функция;

ω_{0i} - парциальная собственная частота.

Решением этого уравнения будет гармоническая функция вида

$$\tilde{p}_i = \tilde{p}_{\max i} \sin(\omega_{0i} \tau + \varphi).$$

Значение фазы колебаний умышленно записано без индекса.

Подразумевается когерентность процессов. Очевидно, что в начальный момент времени справедливы соотношения для амплитудной функции и её производной

$$\tilde{p}_{0i} = \tilde{p}_{\max i} \sin \varphi \text{ и}$$

$$\frac{d\tilde{p}_{0i}}{d\tau} = \tilde{p}_{\max i} \omega_{0i} \cos \varphi,$$

из которых можно определить амплитуду и фазу колебаний.

$$\bar{p}_{\max i} = \sqrt{\bar{p}_{0i}^2 + \frac{1}{\omega_0} \frac{d\bar{p}_{0i}}{d\tau}},$$

$$\varphi = \arctg \bar{p}_{0i} \cdot \omega_0 / \frac{d\bar{p}_{0i}}{d\tau}.$$

Рассмотрим подробнее способ определения амплитудной функции и её производной. Если представить давление в камере сгорания ЖРД, работающего в условиях автоколебаний как $p = p_k + \bar{p}$, то согласно теореме 3 [3] можно записать

$$\frac{d\bar{p}}{d\tau} = \frac{dp_k}{d\tau} = 4\mu\omega^2.$$

После интегрирования получим

$$\int d\bar{p} = \int 4\mu\omega^2 d\tau$$

и в соответствии с опытами Рийке и Босша-Рисса (максимум амплитуды при $\tau = T/4$) получаем значение для амплитуды колебаний

$$\bar{p}_{\max} = 4\mu\omega^2 \frac{T}{4} \text{ или } \bar{p}_{\max} = 2\pi\mu \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \omega_0.$$

Тогда используя ранее полученные выражения для собственных частот, получаем

$$\bar{p}_{\max} = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_0}{\omega_1} \cdot p_k.$$

Здесь было учтено, что $a^2 = k (p_k/\rho)$. Вспоминая о числе Струхля запишем

$$\bar{p}_{\max} = \frac{\pi}{2} \text{Sh} \cdot p_k.$$

Второе начальное условие касается производной $d\bar{p}/d\tau$. Очевидно, что

$$\frac{d\bar{p}}{d\tau} = \frac{dp_k}{d\tau} = a^2 \frac{G}{V_k \bar{\tau}_{\text{пр}}},$$

где G - расход продуктов сгорания;

V_k - объем камеры сгорания;

$\bar{\tau}_{\text{пр}}$ - время пребывания, отнесенное к 1 с.

Таким образом, получилось как и прежде [4]: для того чтобы задать начальные условия по амплитудной функции и её производной, достаточно задать в начальный момент времени значение давления в камере сгорания и расход. Причем расход определяется величиной окислительного коэффициента K_m . Вновь приходим к ограничениям, отмеченным в ГОСТ В21262-75, где основные параметры лимитируются так называемым рабочим квадратом.

Генеральная последовательность синхронных частот

Синхронизация может интерпретироваться как внутренний резонанс. При этом необходимо рассматривать систему в целом как некий движущийся по камере турбулентный поток продуктов сгорания, в отдельных областях которого он цикличен. То есть в потоке из-за вязкости и геометрии возникают периодические структуры, являющиеся источниками акустического излучения. Понятно, что таких источников может быть конечное число и тогда система воспринимает со стороны этих источников колебательное воздействие, аналогичное внешней возмущающей силе. Исходное уравнение для решения запишется также как и в случае работы системы под воздействием вынужденных колебаний

$$\frac{d^2\bar{p}}{d\tau^2} + 2\delta \cdot \frac{d\bar{p}}{d\tau} + \omega_0 \bar{p} = \sum_i A_i \sin(\omega_0 \tau + \varphi),$$

где для наглядности взято $A_i = \bar{p}_{\max i}$.

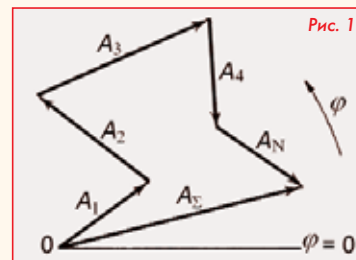
Рассмотрим отдельно правую часть. Попробуем сделать преобразования, из которых поймем, чему равна синхронная частота совокупного воздействия на элемент объема системы. При этом сосредоточимся на парциальных амплитудах и частотах, так как по ус-

ловиям когерентности фаза будет не существенна. Разложим в ряд Тейлора сумму синусов в правой части.

$$\begin{aligned} \sum_i A_i \sin(\omega_0 \tau + \varphi) &= \sum_i A_i \omega_0 \tau - \sum_i A_i \omega_0^3 \frac{\tau^3}{3!} + \\ &+ \sum_i A_i \omega_0^5 \frac{\tau^5}{5!} - \sum_i A_i \omega_0^7 \frac{\tau^7}{7!} + \text{"хвост"}. \end{aligned}$$

Слово "хвост" в данном разложении означает наличие остаточного члена ряда не учитывающего члены с фазой колебаний и собственно члены, получившиеся при разложении двучленов и содержащие значения фазы.

Так как воздействие парциальных акустических излучений на выделенный объем зависит от мощности каждого из источников, введем функцию $A_i/\sum A_i$, обозначающую весовую долю в распределении частот. Другими словами эта функция выражает мощность каждого из источников. Следует заметить, если источники все одинаковые и с близкими по значению мощностями, то энергия распределяется равномерно и связь между источниками слабая. Если доминирует мощность одного из источников, то связь - сильная. Величина $\sum A_i = A_\Sigma$ может быть вычислена с помощью векторных диаграмм [5] и представлена как замыкающий вектор A_Σ (рис. 1). Численные выражения тогда имеют следующий вид



$$\begin{aligned} A_\Sigma^2 &= A_1^2 + \dots + A_N^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \dots + 2A_{N-1}A_N \cos(\varphi_{N-1} - \varphi_N), \\ \text{tg } \varphi &= \frac{A_1 \sin \varphi_1 + \dots + A_N \sin \varphi_N}{A_1 \cos \varphi_1 + \dots + A_N \cos \varphi_N}. \end{aligned}$$

В случае когерентных источников, что имеет место при синхронизации автоколебаний текущей среды, вторая формула обращается в тождество, а первая в знаменатель весовой функции.

Далее с учетом "весов" ряд переписывается следующим образом

$$\begin{aligned} \sum_i A_i \sin(\omega_0 \tau + \varphi) &= \\ &= A_\Sigma \left(\frac{\sum_i A_i \omega_0 \tau}{\sum_i A_i} \cdot \tau - \frac{\sum_i A_i \omega_0^3 \tau^3}{\sum_i A_i} \cdot \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\sum_i A_i \omega_0^5 \tau^5}{\sum_i A_i} \cdot \frac{\tau^5}{5!} - \frac{\sum_i A_i \omega_0^7 \tau^7}{\sum_i A_i} \cdot \frac{\tau^7}{7!} + \dots \right). \end{aligned}$$

Из теории распределения известно, что величина

$$\frac{\sum_i A_i \omega_0^l}{\sum_i A_i}$$

называется моментом l -го порядка, l -й корень этой величины - средним размером l -го порядка. Обозначим в общем виде, применительно к поставленной задаче среднюю частоту l -го порядка в виде ω_0^l . По аналогии с символикой теории распределения полидисперсных частиц по размерам можно сказать, что при индексе $l = 1$ разговор идет о средне-счетном размере, а при $l = 3$ - среднеобъемном.

Таким образом, в данном рассматриваемом случае выстраивается картина, когда коэффициентами при разложении в ряд по степеням является последовательность, составленная из среднестатистических частот различных порядков. Обозначим эту последовательность в виде

$$CT = \{\omega_0^c\} = \{\omega_{c_j}\}.$$

Здесь индекс "с" означает принадлежность к синхронным колебаниям.

Для данной задачи о синхронизации это генеральная последовательность синхронных частот. Это тот набор частот, при котором возможна реализация эффекта синхронизации. Аналогично тому, как при разложении в ряд Фурье первый член ряда является главной модой колебаний, остальные моды являются обертонами, в данном случае первый член разложения также является главным, а синхронная частота при нем является ведущей. В работе [5] первая синхронная частота была записана аналогичным образом. При этом оговаривалось, что она является средним арифметическим значением совокупности парциальных частот.

Учитывая тот факт, что зависимость синхронной частоты от её порядка достаточно слабая в расчетных исследованиях в первом приближении можно применять за синхронную, частоту первого порядка. Тогда

$$\sum A_i \sin(\omega_0 \tau + \varphi) = A_\Sigma \sin(\omega_c \tau + \varphi).$$

В этом случае исходное уравнение для синхронных колебаний газа в камере сгорания записывается в виде

$$\frac{d^2 \bar{p}}{d\tau^2} + 2\delta \frac{d\bar{p}}{d\tau} + \omega_0 \bar{p} = A_\Sigma \sin(\omega_c \tau + \varphi).$$

Известно, что в результате решения данного уравнения с течением времени установятся колебания системы с резонансной частотой. Эта частота и есть синхронная частота колебаний ω_{c_1} , которая автоматически будет выбрана системой в процессе подстройки ритмов. Именно эта частота приводит к появлению неустойчивости в ЖРД, которая часто влечет за собой не только потерю прочности из-за циклических воздействий нагрузок на двигатель и двигательную установку в целом, но также воздействует на пограничный слой вблизи стенок камеры сгорания, интенсифицируя теплообмен и приводя к локальным прогарам стенок.

Данной проблемой достаточно предметно занимались известные в отрасли специалисты Денис Федерович Слесарев и Вадим Иванович Тарарышкин [7, 8]. Решая технические задачи комплексно для динамических условий работы различных двигательных установок при их непосредственном участии были предсказаны условия, при которых возможны возникновения отказов и аварийных ситуаций разрабатываемых и перспективных РД. Денис Федерович Слесарев является авторитетным специалистом по проблемам нес-

тационарного теплообмена, теплового состояния и стойкости конструкционных материалов в агрессивных средах продуктов сгорания ЖРД. Вадим Иванович Тарарышкин - ведущий специалист в области неравновесной термодинамики и проблем моделирования динамических процессов в ДУ ЖРД.



Д. Ф. Слесарев



В. И. Тарарышкин

Литература

1. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Синхронизация автоколебаний в ЖРД. // Двигатель. № 6, 2012 г.
2. Н.В. Helmholtz. Vorlesungen über die mathematischen Prinzipien der Akustik. § 54. Leipzig. 1898.
3. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Сжимаемость и вязкость. // Двигатель. № 5, 2011 г.
4. Ю.М. Кочетков. Турбулентность и АФЧХ. // Двигатель. № 1, 2012 г.
5. Г.С. Горелик. Колебания и волны. М. Физматлит, 2008 г.
6. И.И. Блехман. Синхронизация в природе и технике. М. Наука, 1981 г.
7. Е.В. Лебединский, Г.П. Калмыков, Д.Ф. Слесарев и др. Рабочие процессы в ЖРД и их моделирование. М. Машиностроение, 2008 г.
8. Е.В. Лебединский, С.В. Мосолов, В.И. Тарарышкин и др. Компьютерные модели жидкостных ракетных двигателей. М. Машиностроение, 2009 г.