

# ТУРБУЛЕНТНОСТЬ. СИНХРОНИЗАЦИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ЖРД

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

*Неустойчивость и автоколебания, происходящие в камере сгорания ЖРД, тесно связаны с турбулентностью потоков продуктов сгорания. Формирование турбулентных структур реализуется из-за наличия вязкости среды и особенностей геометрии камеры, приводящей к искривлениям линий тока. В сформированной турбулентной структуре уже изначально заложена собственная частота колебаний и при соответствующей инициации поток начинает совершать колебательное (волновое) движение с этой частотой. Начало автоколебаний в соответствии с доказанной ранее теоремой возникает при условии  $\Phi Z > 1/4$  и  $\omega = \text{const}$ . Возникшие локальные автоколебательные движения в камере сгорания ЖРД синхронизируются, принимая общий ритм, и система колеблется как единое целое. Фундаментальный нелинейный эффект синхронизации при этом играет ключевую роль в зарождении неустойчивости ЖРД.*

Итак, турбулентность является причиной неустойчивости процессов в ЖРД и прочих двигателях, работающих на реактивном принципе. Неустойчивость в камере сгорания при работе может возникнуть, а может и не возникнуть. Все зависит от соотношений параметров, которые реализуются при турбулентном течении. В соответствии с теоремой о возникновении автоколебательного процесса [1] для того, чтобы возникла неустойчивость, требуется соблюдение необходимого и достаточного условий, выражающихся в математическом представлении определяющих параметров. Первое необходимое условие заключается в том, что течение должно иметь колебательный (волновой) характер и сводится к нахождению математических выражений, описывающих колебательное решение уравнения Навье-Стокса. При получении этого условия анализируется дискриминант характеристического уравнения для обыкновенного дифференциального уравнения главного колебательного звена. Отмечается, что комплексное решение характеристического уравнения соответствуют колебательным (волновым) течениям. Это соответствие выражается неравенством некоторой комбинации, составленной из операторов, воздействующих на абсолютную скорость  $V$  и может быть записано в виде критерия Филина-Зенина:

$$\Phi Z = \frac{\kappa V^4}{\nu a^2} \cdot \frac{d \frac{V}{\text{rot}^2 V}}{dr} > \frac{1}{4},$$

где  $\kappa$ ,  $\nu$  и  $a$  - показатель адиабаты Пуассона, кинетическая вязкость и местная скорость звука.

Этот критерий соответствует опытам Рийке, Босша-Рисса и обобщениям Рейля.

Второе достаточное условие получается из требования равенства дисперсии и нелинейности. В результате, после преобразования членов главного уравнения колебательного звена, оно записывается в виде:

$$\rho \omega^4 = \text{const}.$$

Если известна константа интегрирования, например, после подстановки начальных условий в решаемой задаче, то это выражение можно переписать:

$$\rho \omega^4 = \rho_c \omega_c^4.$$

При малых амплитудах, что обычно реализуется в акустике, можно считать, что  $4\sqrt{\rho/\rho_c} \approx 1$ , и тогда угловая скорость становится константой. Достаточное условие вырождается в условие, при котором зародившееся вихревое течение не изменяется в течение всего времени работы двигателя ( $\omega = \text{const}$ ).

Необходимое и достаточное условие можно объединить, если считать справедливым последнюю математическую запись, тогда неравенство можно переписать в виде:

$$\frac{\kappa V^3}{\nu a^2 \omega^2} \cdot \frac{dV}{d\tau} > 1.$$

Вводя число Маха и формируя новый дифференциал, получим:

$$\frac{\kappa M^2}{\nu \omega^2} \cdot \frac{d \frac{V^2}{2}}{d\tau} > 1.$$

После домножения каждого члена неравенства на величину собственной частоты системы  $\omega_0$  получим:

$$\omega_0 < \frac{1}{\text{Be}} \cdot \frac{d \frac{\kappa M^2}{2}}{d\tau},$$

где  $\text{Be}$  - число Беренса.

Последнее неравенство отражает условие возникновения автоколебательного процесса, а значит условие возникновения неустойчивости.

## Анализ необходимого условия возникновения автоколебаний

Необходимое условие возникновения автоколебаний Филина-Зенина предполагает и следующую запись [1]:

$$\frac{\kappa V^3}{\nu a^2} \cdot \frac{d \frac{V}{\text{rot}^2 V}}{d\tau} > \frac{1}{4}.$$

В случае выполнения этого условия и условия постоянства угловой скорости эти колебания возникнут. Реализуется автоколебательный режим и уравнение Навье-Стокса после соответствующих преобразований через главное уравнение колебательного звена [2], примет вид:

$$\frac{d^2 \tilde{\rho}}{d\tau^2} + 4\nu \frac{\kappa M^2}{R^2} \frac{d \ln \frac{R}{\omega}}{d\tau} \tilde{\rho} = 0.$$

Очевидно, что коэффициент при  $\tilde{\rho}$  есть квадрат собственной частоты системы и его можно переписать в следующем виде:

$$\omega_0^2 = 4\nu \frac{\kappa V^3}{a^2 R^4} \cdot \frac{d \frac{V}{\omega^2}}{d\tau}.$$

Совместное рассмотрение неравенства и последнего уравнения дает возможность записать новое неравенство, которое также является необходимым условием к сформулированной выше теореме:

$$\frac{\omega_0 R^2}{2\nu} > 1 \text{ или } \omega_0 > \frac{2\nu}{R^2}.$$

Последнее выражение говорит о том, что колебательный процесс в системе начнется тогда, когда частота собственных ко-

лебаний системы превысит некоторую критическую собственную частоту, которая зависит только от параметров характеризующих турбулентное течение, это - кинематическая вязкость  $\nu$  и кривизна линии тока  $1/R$ . Тогда можно записать следующее необходимое условие для возникновения автоколебаний:

$$\omega_0 > \omega_{0\text{кр}}.$$

Переведем это выражение в безразмерный вид. Домножим в правой части неравенства числитель и знаменатель на величину угловой скорости с целью выделить абсолютную скорость потока  $V$ :

$$\omega_0 > \frac{2V\omega}{RV}.$$

Замечая в числителе число Рейнольдса, построенное по кривизне линии тока запишем неравенство в более наглядном виде:

$$\frac{\omega}{\omega_0} < \frac{Re}{2}.$$

Из последнего неравенства явно следует прямая связь турбулентных и волновых (акустических) параметров. При этом можно сказать, что чем выше турбулентность, то есть число Рейнольдса больше, тем меньше собственная частота колебаний, а при низких числах Рейнольдса, в частности при ламинарных режимах, собственная частота системы выше. Это - логично, так как число Рейнольдса обратно пропорционально величине скорости звука в данной среде:

$$\nu \sim a \cdot l_{cb},$$

где  $l_{cb}$  - длина свободного пробега молекул.

Ведь известно, что более вязкие и густые жидкости имеют большую скорость звука, чем газы.

Последнее неравенство также ставит в один ряд угловую скорость и угловую частоту. По существу это аналогичные понятия, так как и то и другое предполагает периодичность. В случае с угловой скоростью это - пространственная периодичность, а в случае с угловой частотой временная. Но между двумя этими понятиями существует простая связь, такая как связь длины волны и периода. В ситуации, когда зарождаются автоколебания, угловая скорость служит их источником и от частоты генерируемой угловой скорости зависит частота колебаний в камере. Следует также отметить, что не только угловая скорость может генерировать колебания. Это может происходить с любой вихревой операцией над скоростью. Кроме угловой скорости колебания может генерировать и торсионный жгут (кручение  $\Omega$ ), то есть, параметр, полученный двойным применением операции ротор. Безусловно, к генерирующим факторам следует отнести все суперпозиции названных параметров, например винтовое течение и др.

При получении критериев возникновения автоколебаний, а значит и неустойчивости процессов использовалось векторное уравнение Навье-Стокса. Оно было преобразовано сначала путем векторных операций в скалярное, а затем в обыкновенное дифференциальное уравнение относительно амплитудной функции - статического давления. При этом основной посылкой к преобразованиям было то, что процесс рассматривался в точке, то есть в каждой зафиксированной точке пространства камеры сгорания записывалось уравнение для осциллятора с собственной частотой, сложным образом зависящей от абсолютной скорости газового потока. Течение при этом рассматривалось вдоль линий тока, которые характеризовались их кривизной.

На основании разработанной теории удается предсказать наступление неустойчивости в каждой точке. При этом можно построить поле критериев, определяющих устойчивость, в каждой точке и выделить области неустойчивости. В связи с изложенным возникает новая задача: каким образом взаимодействуют между собой локальные зоны неустойчивости и каким образом установить границу устойчивости целиком камеры сгорания. На эти вопросы позволять ответить фундаментальное нелинейное явление - явление синхронизации колебательных систем. Это явление впервые зафиксировал Христиан Гюйгенс, когда проводил свои знаменитые опыты на маятниковых часах [3].

### От Гюйгенса до Ферми

Начало исследований явления синхронизации исходит от времен творчества великого нидерландского естествоиспытателя Христиана Гюйгенса.



Христиан Гюйгенс

Христиан Гюйгенс родился в 1629 году в семье высокообразованных родителей, где все увлекались музыкой, знали языки и общались с первыми лицами государства. Научная жизнь Христиана Гюйгенса прошла в Париже. Здесь он, будучи уже известным математиком, физиком и астрономом, сделал главные открытия в своей жизни. Он изобрел маятниковые часы; заложил основы теории удара; создал волновую теорию света, объяснив при этом двойное лучепреломление; совместно с Робертом Гуком установил постоянные точки термометра;

после изобретения окуляра усовершенствовал телескоп; открыл кольца у Сатурна и его спутник Титан. Он автор одного из первых трудов по теории вероятностей. Одним из величайших открытий, сделанных Гюйгенсом, было открытие явления синхронизации.

Явлением синхронизации в дальнейшем занималась целая плеяда известных ученых, которые существенно продвинули теорию в данном направлении и получили многочисленные экспериментальные подтверждения универсальности этого явления. Среди них Джон Вильям Стретт (лорд Релей), Эдуард Виктор Эпплтон, Балтазар Ван-дер-Поль, Александр Александрович Андронов, Александр Адольфович Витт. Существенный толчок в развитии теории синхронизации и впоследствии теории о солитонах внесли Энрико Ферми, Джон Паста и Станислав Улам, которые поставили уникальный численный эксперимент об одновременных колебаниях большого числа связанных осцилляторов.

Следует упомянуть, что выдающийся итальянский физик Энрико Ферми помимо уникальных численных исследований в области теории перехода структур в хаос, известен как специалист в области современной теоретической и экспериментальной физики, участник атомного проекта в Лос-Аламосе. Является основоположником квантовой физики. Он разработал статистику частиц с полуцелыми спинами, подчиняющимся принципу Паули, которые были названы фермионами. Ферми было открыто много эффектов, связанных с взаимодействием частиц с нейтронами. Впоследствии это привело к началу новой дисциплины - нейтронной физики. Многочисленные достижения в современной науке ставят Ферми в ряд величайших ученых двадцатого века и хотя задача о совместных колебаниях многочисленных осцилляторов выглядит на фоне его научных достижений весьма частной, но даже она привела к стимуляции исследований и дальнейшему бурному развитию новых направлений в физике нелинейных колебаний.



Энрико Ферми

### Синхронизация колебаний в камере ЖРД

Открытый и развитый впоследствии эффект синхронизации механических систем справедлив и для колебаний, текущих сплошных сред, возникающих при стационарных режимах работы двигателей и энергетических установок, в частности ЖРД. Классическое представление о феномене синхронизации опирается на понятие

равенства частот и скоординированности фаз колебаний. То есть существующий набор осцилляторов, имеющих различные частоты и соединенные слабой или жесткой связями, с течением времени выделяя внутри себя общую частоту и одновременно кратную фазу, колеблется как единое целое. Другими словами синхронизация - это подстройка ритмов. Осцилляторы начинают работать с некоторой одной синхронной частотой. Величина этой частоты находится между минимальной и максимальной парциальными частотами. В работе [4] без доказательства приводится зависимость для вычисления синхронной частоты в виде средневзвешенного значения парциальных частот:

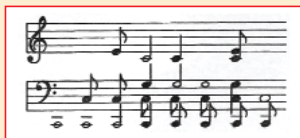
$$\omega_0 = \sum_{i=1}^k b_i \omega_{0i}, (b_1 + b_2 + \dots + b_k = 1),$$

где  $b_i$  - весовая функции параметров системы (связи).

Для понимания этой формулы следует определить понятие связи. Слабая связь это, в соответствии с [3], такое взаимодействие между осцилляторами, при котором справедливо понятие индивидуальности каждой парциальной частоты. Сильная - такая, при которой имеет место доминирование одной частоты над другими. В первом случае происходит справедливое распределение энергии в соответствии с весовой долей каждой из парциальных частот. Во втором происходит захват частоты и система колеблется по законам более мощного осциллятора. Такое расплывчатое определение не предполагает четкой границы перехода от первого случая ко второму. Этот вопрос в теории синхронизации поля остается открытым.

Вторым открытым вопросом остается интерпретация результатов численного эксперимента Ферми. Ведь в своих опытах Ферми на примере мультиосциллятора хотел получить хаос. Его постановка задачи сводилась к тому, что он рассматривал слабые связи и ожидал, что энергия равномерно перераспределяется между парциальными осцилляторами. Но! Получилось не так. Моды не сливались в общий беспорядочный хор [5], а наоборот выделялось несколько "солистов", которые выступали по очереди, а остальные им аккомпанировали. Более того, вместо ожидаемой какофонии, когда одновременно звучат с одинаковой силой все моды, получается примитивная, но вполне музыкальная пьеса.

Основополагающей позицией в теории синхронизации является то, что синхронизируемые осцилляторы должны работать в авто-



колебательном режиме. Если автоколебаний в системе нет, то она не сможет синхронизироваться. Автоколебания, возникающие в ЖРД, представляют собой синхронизированные локальные парциальные автоколебания, которые возникают в отдельных частях объема камеры. Источником таких автоколебаний являются вихри, жгуты и пр., возникшие вблизи геометрических особенностей конструкции. Это область около форсуночной головки, противоакустические "кресты", области впрыска и вдува охлаждающих компонентов.

Между зонами, где генерируются автоколебательные структуры имеется связь в виде упругой массы продуктов сгорания, которая соединяет между собой возникшие осцилляторы и делает систему единой, у которой со временем формируется собственная частота и фаза. □

Литература

1. Ю.М. Кочетков. Турбулентность и автоколебательный процесс в ЖРД. // Двигатель. № 3, 2012 г.
2. Ю.М. Кочетков. Турбулентность и АФЧХ. // Двигатель. № 1, 2012 г.
3. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. Синхронизация: фундаментальное нелинейное явление. М. Техносфера, 2003 г.
4. И.И. Блехман. Синхронизация в природе и технике. М. Наука, 1981 г.
5. А.Т. Филиппов. Многоликий солитон. М. Наука, 1986 г.



ПАМЯТЬ



6 октября скончался заслуженный ветеран Московского авиационного института (национального исследовательского университета), дважды лауреат премии 25-летия МАИ, доктор технических наук, профессор Валерий Васильевич Черваков.

Валерий Васильевич, известный ученый и педагог, долгое время возглавлял кафедру "Двигатели летательных аппаратов", проводя совместно с промышленностью (РКК "Энергия", НПО "Энергомаш", КБХА и др.) актуальные для прикладной науки исследовательские

работы по ЖРД. В сфере его научно-исследовательской деятельности были проблемы теории лопаточных машин, сложная гидравлика узлов двигательных установок на основе ЖРД, тематическое моделирование процессов в двигательных установках современных ракетных и космических комплексов. Его перу принадлежит более ста научных публикаций в виде статей

в ведущих научных журналах отрасли, учебников для студентов и аспирантов в виде пособий с грифом Министерства образования и науки Российской Федерации, несколько монографий. Широко известны его работы по динамике нелинейных процессов в ЖРД, акустике и кавитации. За свою активную научную деятельность Валерий Васильевич был неоднократно отмечен медалями и знаками СССР, Роскосмоса и Федерацией Космонавтики. В семидесятых годах был избран депутатом Моссовета. С 2000 по 2009 год в должности декана Валерий Васильевич возглавлял факультет "Двигатели летательных аппаратов", где проявил себя великолепным преподавателем и воспитал многочисленную школу последников его знаний. Он был мудрым и взвешенным руководителем и подготовил таких же талантливых как он сам руководителей и педагогов. Валерий Васильевич - ученый, широко известный за рубежом нашей страны. В качестве преподавателя и консультанта он обучал студентов и аспирантов Бразилии, Китая, Кореи и др. Валерий Васильевич был членом редколлегии журнала "Двигатель" и его активным автором.

Редакция журнала разделяет скорбь друзей, коллег и студентов Московского авиационного института и выражает искреннее соболезнование его родным и близким. □

Редакция журнала "Двигатель"