

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТИВНОГО РЕЙТИНГОВАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ЭНТРОПИИ

**Владимир Юрьевич Переверзев,**

доцент, заведующий лабораторией ГБНУ НИИРПО, г. Москва, к.пед.н.

*В статье описана модель объективного рейтингования образовательных учреждений на основе концепции информационной энтропии.*

*This article describes a model of the objective rating estimation of educational institutions in the concept of information entropy.*

**Ключевые слова:** *рейтингование образовательных учреждений, информационная энтропия, качество образования.*  
**Keywords:** *rating of educational institutions, information entropy, the quality of education.*

Проблема рейтингования таких комплексных и многогранных социально-экономических объектов как образовательные учреждения (ОУ) достаточно сложна. Основные нарекания заинтересованных в результатах рейтинга лиц (администраторов ОУ, управленцев, преподавателей) состоят в необъективности выставления суммарных показателей - баллов или порядка ранжирования ОУ. Поэтому весьма актуальным становится формирование модели объективного, т.е. независимого от мнения экспертов, оценивания результатов деятельности ОУ.

При анализе деятельности образовательного учреждения необходимо учитывать его специфические свойства. ОУ представляет собой сложную, неоднородную и динамическую систему, и поэтому экономические, социальные, образовательные, организационные и др. показатели результатов его деятельности тесно связаны друг с другом. Более того, учебные заведения профессионального образования, испытывая на себе влияние внешней среды регионального окружения, сами в значительной степени воздействуют на социальные и экономические процессы в регионе.

Отметим, что образовательные факторы, влияющие на качества компонентов системы, являются объектами произвольной (числовой и нечисловой, количественной и качественной) природы.

Применяемые в традиционной системе аттестации деятельности учебных заведений методы оценивания базируются на крайне неопределенных, субъективных представлениях экспертов о смыслах и значениях различных факторов и показателей. Они не могут претендовать на объективность и точность, и, следовательно, ничего, кроме иллюзии классификации или ранжирования в сфере проверки уровня образовательной деятельности ОУ и оценки качества формирования компетентности студентов принести не могут.

Существует общемировая тенденция смещения области исследований и разработок по аттестации и оценки деятельности образовательных учреждений на интегральные показатели качества, описываемые методами непараметрической статистики. Этот путь, по мнению многих авторов, наиболее емко отражает сущность оценки качества деятельности ОУ, ее ориентацию на объективную и полную оценку результативности функционирования каждого учебного заведения.

В сфере образования мы имеем дело с гибридной системой факторов, под которой понимаются разноименные качественные и количественные показатели произвольной природы. Численные значения этих показателей отражают специфические свойства образовательной системы (оценки студентов, количество компьютеров на одного студента и т.п.) и поэтому относятся к количественным параметрам. С помощью этих факторов можно упорядочить образовательные системы по мере возрастания (убывания)

определенного свойства или совокупности этих свойств. Качественными являются такие факторы, по которым непосредственно невозможно "ранжировать" деятельность учебного заведения в порядке возрастания или убывания определенных свойств. К ним относятся, например, применение современных образовательных технологий, уровень информатизации процесса обучения, организация воспитательной работы и быта студентов и т.п.

Задача рейтингования ставится следующим образом. Пусть имеется  $m$  образовательных учреждений, которые характеризуются  $n$  общими и одинаковыми для них признаками. Требуется оценить и прорейтинговать исследуемые ОУ в порядке их приоритета. Математическая модель для решения поставленной задачи начинается с формирования исходной информации в виде следующей матрицы:

$$S = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

Здесь  $m$  - количество объектов (ОУ);

$n$  - число общих для этих объектов признаков;

$x_{ij}$  - значение  $j$ -го признака для  $i$ -го объекта.

Предполагается, что все объекты составляют однородную систему, т.е. относятся к кластеру "родственных". Требуется определить рейтинг каждого объекта в общей системе  $S$  образовательных организаций в данный момент времени.

При выборе той или иной методики ранжирования таких многомерных объектов как образовательные учреждения необходимо использовать фундаментальные понятия, заимствованные из кибернетики, такие как информация, система, модель. Эти понятия составляют интегральный метод познания, стабилизируют единое представление об изучаемых объектах, как статических, так и динамических. При этом возникает задача не субъективного, а объективного, независимого определения интегрального показателя качества деятельности каждой конкретной образовательной организации, подлежащей ранжированию.

В работе [1] предложена методика ранжирования учебных заведений, в основу которой положено понятие "интегральное качество системы образования", и которая позволяет объективизировать процесс принятия решения при рейтинговании. Для решения задачи ранжирования однородных, взятых из одного кластера, учебных заведений необходимо сформировать совокупность признаков, общих для этих объектов, которая могла бы наиболее объективно характеризовать их деятельность.

В этом методе интегральное качество деятельности учебного заведения на данном этапе его функционирования находится не как простая сумма качеств ее элементов, а ранжируется как ин-

тегральная сумма вида:

$$R_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot H_j,$$

где  $R_i$  - интегральное качество (ранг)  $i$ -го объекта системы;

$k_{ij}$  - качество  $i$ -го объекта по  $j$ -му признаку;

$H_j$  - некоторый коэффициент, который зависит от степени влияния каждого образовательного фактора и который является тем самым не субъективным (назначенным экспертом), а объективным, полученным из статистических зависимостей "коэффициентом значимости" каждого признака на данном этапе функционирования системы;

$n$  - количество образовательных показателей.

Для решения поставленной задачи будем использовать то положение, что общим в процессах управления социально-экономическими и образовательными системами является его антиэнтропийный характер. Любая система объектов стабильна только в том случае, когда устойчив каждый элемент (признак) этой системы. Если в системе всех объектов какой-то фактор нестабилен, то эта нестабильность влияет на общее состояние всех объектов в целом.

Для измерения количества информации К. Шеннон [2] предложил использовать формулу информационной энтропии, как меру хаоса и неупорядоченности любой системы. Информационная энтропия - мера неопределённости или непредсказуемости информации, неопределённость появления какого-либо символа.

По К. Шеннону информационная энтропия  $H$  для независимых случайных событий  $x$  с  $n$  возможными состояниями (от 1 до  $n$ , где  $p$  - функция вероятности) рассчитывается по формуле

$$H = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

или, что тождественно

$$H = \sum_{i=1}^n p_i \log_2 (1/p_i).$$

Энтропия является количеством, определённым в контексте вероятностной модели для источника данных. Заметим, что для источника информации, который генерирует данные, состоящие только из одинаковых показателей, энтропия равна нулю

$$-\sum_{i=1}^n \log_2 1 = 0.$$

Смысл и результативность этой формулы не изменится, если заменить логарифм по основанию два натуральным логарифмом, тогда информационная энтропия равна:

$$H = \sum p_i \log_2 (1/p_i) = c \cdot \sum p_i \ln (1/p_i).$$

Необходимо понять сущность энтропии и применять ее как инструмент исследования совокупности однородных объектов. При этом с помощью этой концепции можно увидеть в новом ракурсе и переосмыслить многие явления, происходящие в такой комплексной и разнообразной сфере, как образование.

Рассмотрим математико-статистическую модель рейтингования ОУ.

Успешное функционирование ОУ зависит от многих образовательных, экономических и социальных признаков. С одной стороны, эти факторы в той или иной мере взаимосвязаны между собой, а с другой стороны, следует признать, что не все показатели одинаково значимы по своему влиянию на образовательный процесс. Понятно, что никакими субъективными баллами или весовыми коэффициентами (придуманными экспертами) невозможно оценить значимость каждого признака. Более того, количественные и качественные значения всех факторов, влияющих на образовательный процесс, динамичны, могут менять свое значение от года к году. Поэтому и их значимость также может варьироваться во времени. Признак, который сегодня был малозначим, завтра может стать значимым и наоборот.

Например, сегодня не все ОУ региона в одинаковой степени оснащены компьютерной техникой. Этот фактор на сегодня следует считать значимым. Предположим, что регион и образовательные организации изыскали средства и оснастили ОУ компьютерной техникой в одинаковых пропорциях по количеству студентов. Поставленная задача выполнена. Этот показатель из значимого вчера стал малозначимым сегодня, так как все ОУ имеют одинаковые количественные показатели по этому показателю (количество компьютеров на одного студента) и, следовательно, нулевую энтропию. Этот фактор уже не влияет на качество образования и, следовательно, его можно даже не рассматривать при рейтинговании. Следующими по значимости становятся те признаки, значения которых имеют наибольшую энтропию (наибольший разброс в количественных оценках).

Итак, значимость каждого признака характеризуется величиной его энтропии. Если, например, все ОУ имеют одинаковые качественные оценки по некоторому признаку, то энтропия этого признака равна нулю - признак имеет нулевую значимость. Чем больше разброс в количественных оценках признака, тем больше его энтропия. С увеличением энтропии значимость образовательного показателя возрастает. Объекты (ОУ), которые достигли высоких качественных (или количественных) показателей по признакам с большой энтропией, должны иметь и большой рейтинг.

Образовательная организация как система характеризуется интегративными показателями, не выводимыми непосредственно из качеств, входящих в нее компонентов, и не является механической суммой атрибутов частей, образующих систему.

Оценка качества и ранжирование ОУ должна строиться на основе интегративных показателей, когда относительно самостоятельные компоненты и факторы рассматриваются в их взаимосвязи. Только в этом случае можно установить системные свойства и качественные атрибуты включенных в системный показатель образовательных модулей и существенных признаков, оказывающих влияние на качество педагогического процесса и результат образования.

Модель рейтингования ОУ рассмотрим на следующем примере [1]. Пусть имеется семь образовательных учреждений одного и того же класса. Управляющий орган этих организаций определил восемь признаков, результаты которых влияют на достижение системой объектов намеченной цели (в реальных условиях признаков может быть намного больше). После нормирования значений признаков (т.е. перевод их в шкалу от 0 до 1), получим табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные рейтингования								
ОУ	Показатели							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,5	0,1	0,1	0,2	0,4	0,4	0,5	0,5
2	0,5	0,4	0,2	0,1	0,5	0,3	0,3	0,4
3	0,5	0,4	0,2	0,4	0,1	0,3	0,4	0,4
4	0,5	0,4	0,3	0,5	0,1	0,1	0,3	0,4
5	0,1	0,5	0,3	0,5	0,1	0,5	0,2	0,4
6	0,5	0,4	0,5	0,1	0,2	0,3	0,2	0,4
7	0,5	0,5	0,3	0,4	0,4	0,1	0,1	0,1

Строки - это объекты - ОУ ( $m = 7$ ); столбцы - признаки (показатели) и их количественные и качественные оценки ( $n = 8$ ). Заметим, что суммы оценок признаков всех образовательных объектов примерно одинаковы (последний столбец). Требуется найти интегральные качества учебных заведений и проранжировать эти объекты по их значимости в общей системе объектов.

На этом примере убедимся в справедливости утверждения о том, что интегральное качество каждого объекта не есть простая сумма качеств их признаков. Из просмотра табл. 1 кажется, что по сумме качественных оценок первым трем объектам следует присудить первое место, следующим трем - второе и последнему объекту - третье место. Но системное или интегральное качество всегда больше суммы входящего в нее частей, всякое целое обнаруживает некий прирост качеств, т.е. обнаруживает некоторый "интегральный эффект".

Для установления этого прироста по исходным данным таблицы необходимо:

- определить численное значение энтропии каждого показателя;
- найти численное значение системного (интегрального) ранга (качества) каждого объекта (ОУ);
- вычислять рейтинг каждого объекта.

Определим энтропию существенных признаков объектов. Энтропию каждого показателя находим по формуле:

$$H_i = \sum_{j=1}^n p_j \ln(1/p_j).$$

$H_1 = (6/7)\ln(7/6) + (1/7)\ln(7/1) = 0,41$  - энтропия 1-го показателя.

$H_2 = (4/7)\ln(7/4) + (2/7)\ln(7/2) + (1/7)\ln(7/1) = 0,96$  - энтропия 2-го показателя.

$H_3 = (3/7)\ln(7/3) + (2/7)\ln(7/2) + 2(1/7)\ln(7/1) = 1,28$  - энтропия 3-го показателя.

Аналогично рассчитываются остальные значения энтропии. Результаты поместим в табл. 2.

С точки зрения педагогической квалиметрии полученный результат можно интерпретировать следующим образом: чем больше энтропия признака, тем дольше он неупорядочен. Эта неупорядоченность вносит дезорганизацию в деятельность единой системы образовательных учреждений и, тем самым, тормозит достижение системой поставленной цели. Следовательно, чем больше величина энтропии образовательного показателя (фактора), тем труднее он для выполнения, тем больше не его субъективный "вес", а его объективная значимость на данном этапе функционирования системы, тем большее внимания должен уделять ему управляющий орган для уменьшения неупорядоченности. Если энтропия признака мала ( $H = 0,41$ ), то из этого следует, что его значимость в общей совокупности признаков тоже мала.

Таким образом, не субъективно, а объективно все образовательные факторы приобрели свою значимость (ценность) на данном этапе исследования.

Важной особенностью этой методики является и то, что качественные оценки признаков не являются раз и навсегда постоянными. Они динамичны во времени. На следующем этапе функционирования этих же объектов количественные или качественные значения некоторых симптомов изменятся, и может случиться, что значения энтропии признаков изменятся и, следовательно, изменится и их значимость.

Затем определим рейтинг (интегральную сумму) каждого ОУ:

$$R_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} \cdot H_j.$$

$$R_1 = 0,5 \cdot 0,41 + 0,1 \cdot 0,96 + 0,1 \cdot 1,28 + 0,2 \cdot 1,35 + 0,4 \cdot 1,28 + 0,4 \cdot 1,28 + 0,5 \cdot 1,55 + 0,5 \cdot 0,8 = 2,898.$$

Аналогично рассчитываем значения для других объектов и вставляем результаты в таблицу 2.

После вычислений каждый объект (ОУ) получил свой рейтинг и занял свое место по значению интегрального качества. Заметим, что простая сумма оценок объекта (ОУ) № 2 равна 2,7, а объекта № 5 - 2,6. Однако, по интегральному качеству объект № 5 занял первое место, а объект № 2 - четвертое.

Задача рейтингования (ранжирования, сравнения, оценки) социально-экономических или образовательных объектов неразрывно связана с задачей управления этими объектами. Числовые характеристики, которые получаются в ходе применения данной модели, могут нести в себе информацию для принятия управленческих решений.

Таблица 2

Результаты рейтингования												
ОУ	Показатели								Сумма	Интегральное качество	Рейтинг	
	1	2	3	4	5	6	7	8				
1	0,5	0,1	0,1	0,2	0,4	0,4	0,5	0,5	2,7	2,898	II	
2	0,5	0,4	0,2	0,1	0,5	0,3	0,3	0,4	2,7	2,789	IV	
3	0,5	0,4	0,2	0,4	0,1	0,3	0,4	0,4	2,7	2,837	III	
4	0,5	0,4	0,3	0,5	0,1	0,1	0,3	0,4	2,6	2,689	V	
5	0,1	0,5	0,3	0,5	0,1	0,5	0,2	0,4	2,6	2,978	I	
6	0,5	0,4	0,5	0,1	0,2	0,3	0,2	0,4	2,6	2,634	VI	
7	0,5	0,5	0,3	0,4	0,4	0,1	0,1	0,1	2,4	2,484	VII	
Энтропия	0,41	0,96	1,28	1,35	1,28	1,28	1,55	0,8				

Неравномерность (неупорядоченность) количественных или качественных оценок по любому признаку (большая информационная энтропия) - это сигнал о том, что необходимо воздействие, и тем более существенное, чем больше эта неравномерность. Управляющий орган системы объектов должен принять надлежащие меры к уменьшению этой энтропии.

С другой стороны, небольшая энтропия некоторого образовательного фактора для систем объектов говорит о его стабильности. Если количественные оценки по этому стабильному признаку высокие, то никакие управленческие воздействия пока не требуются, нужен только контроль за их выполнением.

**Литература**

1. Васильев В.И. и др. Оценка качества деятельности образовательных учреждений. - М.: Икар, 2005.
2. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. - М.: Инстр. лит., 2002.

Связь с автором: [vladizev@yandex.ru](mailto:vladizev@yandex.ru)

**ИНФОРМАЦИЯ**

Оригинальная спиральная подводная турбина TideGen будет установлена в проливе Фанди в северо-восточной части залива Мэн, омывающего побережье Канады и США. Этот залив известен своими рекордными приливами, поэтому турбина будет работать на высоких оборотах и подвергаться большим нагрузкам.

TideGen представляет собой трубчатую цилиндрическую конструкцию с завитыми в спираль лезвиями лопастей. Подобная конструкция имеет высокий к.п.д., надежна и устойчива к штормам. Турбина располагается горизонтально у дна. Она проста в установке и не мешает судоходству.

Первая турбина будет генерировать

150 КВт при скорости течения воды 11 км/ч. Позднее планируется установка еще 19 турбин, что доведет мощность подводной электростанции до 3 МВт. Этого достаточно для питания 1200 домов и небольших предприятий в штате Мэн. Данный проект может оказать существенное влияние на приливную энергетику. Если удастся добиться расчетной цены за электроэнергию (21,5 цента за КВт/ч), проект стоимостью \$21 млн будет приносить прибыль и станет хорошим примером для развития данного вида генерирующих мощностей.

Только в США преобразование движения волн и приливов в электрическую энергию может поставлять тысячи тераватт-часов в год, или примерно треть всей электро-

энергии, используемой в настоящее время в США. При этом, по сравнению с солнечными панелями и ветряками, подводные турбины генерируют заданную мощность непрерывно, без больших скачков.

