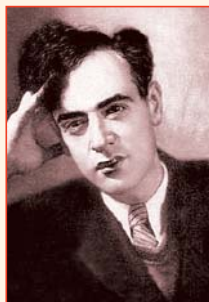


ТУРБУЛЕНТНОСТЬ. СЖИМАЕМОСТЬ И ВЯЗКОСТЬ

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

Сжимаемость и вязкость – два основных свойства газового потока. Они определяют структуру турбулентного движения. Показано, что поток в камере сгорания ракетного двигателя вплоть до критического сечения с точностью 3...4 % является несжимаемым. После критического сечения он сжимается и появляются структуры в виде ударных волн, в связи с чем установлено, что в камере сгорания турбулентность сплошная, а в сопле – дискретная и сосредоточена в толщах ударных волн. Приведен анализ влияния вязкости на турбулентность и доказаны теоремы о взаимосвязи элементарных движений в турбулентных потоках и о кинетической энергии.

Турбулентность тесно связана с такими понятиями, как сжимаемость и вязкость газового потока. Это два основных хрестоматийных свойства сплошной текущей среды, на которых построены практически все феноменологические уравнения газовой динамики. Как будет показано далее, они неформально формируют взаимосвязи между отдельными членами уравнения движения, но также позволяют вскрыть глубинные свойства вещества, заполняющего каналы устройств или обтекающего их с внешней стороны. В первом случае эта задача является внутренней, во втором – внешней. Следует попутно выделить третий класс задач, не относящийся ни к внешней, ни к внутренней. Это – течение в струях и следах. И в этом последнем случае, не связанном непосредственно с твердым телом, основные свойства вещества, сжимаемость и вязкость, остаются самыми важными при исследовании процессов турбулентности.



Ландау
Лев Давидович,
советский физик
(1908 - 1968)



Франкль
Феликс Исидорович,
советский физик
(1905 - 1961)

характеристикой сжимаемости, то последняя формула отражает ее физическое существо. Сжимаемость представляется как упругость газа при воздействии на него механических напряжений в виде давления.

Часто сжимаемость представляют в виде безразмерного числа Маха, преследуя при этом цель – показать влияние скорости газового потока или точнее его напора $\rho V^2/2$. Но для выявления диапазонов сжимаемости оказывается удобным параметр, предусматривающий отношение текущей скорости звука к скорости звука заторможенного потока $\bar{a} = a/a_0$.

Для дальнейшего анализа оценим уровни значений \bar{a} , характеризующих сжимаемость, понимая при этом, что $\bar{a} = 1$ – условие абсолютно несжимаемого потока. Сделаем это применительно к ракетным двигателям. Тогда условия заторможенного потока реализуются у переднего днища камеры сгорания, а по тракту двигателя в сторону сопла этот параметр будет уменьшаться.

Используя одномерные подходы к решению газодинамических задач, получим, что относительный параметр в критическом сечении может быть представлен в виде

$$\bar{a}_{кр} = \sqrt{\frac{2}{\kappa + 1}},$$

где κ – показатель адиабаты Пуассона.

Из практических расчетов известно, что показатель адиабаты для продуктов сгорания ЖРД и РДТТ находится в диапазоне 1,12...1,18. При этом значения $\bar{a}_{кр}$ получаются на уровне 0,97...0,96 соответственно. Это означает, что с точностью 3...4 % поток продуктов сгорания в камере вплоть до критического сечения можно считать несжимаемым. Но, начиная с критического сечения, включая само сечение, поток необходимо считать сжимаемым. Кроме изложенных количественных оценок, начиная с критического сечения до среза сопла, в области, где устанавливается сверхзвуковой поток, начинает проявляться одно из фундаментальных явлений газовой динамики – ударная волна. Возникают условия, когда поток при достижении определенных параметров резко сжимается в узкой зоне, шириной нескольких длин свободного пробега молекул. При этом набегающий невозмущенный ламинарный сверхзвуковой поток почти скачкообразно переходит в невозмущенный ламинарный поток за скачком. Вся зона возмущений сосредоточивается в области ударной волны. В этой зоне возможны различные виды движений: поступательное, волновое и, как показано в работе Ф.И. Франкля [2], вращательное*. Наличие такой совокупности движений характеризует эту область как турбулентную.

Таким образом, сжимаемость условно разделяет поток вдоль тракта двигателя на две качественно отличающиеся области: область камеры сгорания и область сверхзвукового сопла, включая критическое сечение. В этих областях реализуются характерные для них турбулентные течения: сплошное турбулентное течение в камере сгорания, включая дозвуковую часть сопла, и дискретные турбулентные зоны внутри ударных волн в области сверхзвукового сопла.

Влияние сжимаемости на характер турбулентности

В литературе сжимаемость часто определяют как любое изменение плотности вещества. Если плотность вещества в процессе работы, например, ракетного двигателя, остается постоянной в любой его точке $\rho_{nc} = \text{const}$, то считается, что среда несжимаема. Отсюда из уравнения неразрывности следует, что $\text{div} \vec{V} = 0$. Этот факт позволяет существенно упростить векторное уравнение Навье-Стокса и представить его в виде

$$\frac{d\vec{V}}{d\tau} = -\text{grad}P + \nu \Delta \vec{V}.$$

Но сам факт постоянства плотности не отражает полностью физического содержания понятия сжимаемости. В такой постановке воздействие местного фактора, например температуры, может приводить к падению или росту плотности.

В [1] приводится определение сжимаемости как свойства упругости среды. Констатируется, что сжимаемость есть мера изменения плотности вещества при воздействии нормальных напряжений сжатия или растяжения. Другими словами сжимаемость – это зависимость изменения плотности от величины изменения воздействующего на газ давления. То есть производная плотности по давлению

$$\Sigma = \frac{d\rho}{dP},$$

но из акустики известно, что корень квадратный из отношения дифференциала давления и дифференциала плотности есть скорость звука

$$a = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}.$$

Еще известно, что если использовать понятие объемного модуля упругости E_v , то скорость звука можно представить в виде соотношения

$$a = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}}.$$

Поскольку из изложенного следует, что скорость звука является

Влияние вязкости

На сегодняшний день очевидным фактом является то, что уравнение Навье-Стокса однозначно описывает любой вид турбулентного течения. Все виды движений: поступательное, волновое, вращательное и торсионное сосредоточены в членах этого уравнения, и их комбинация может определять самые сложные конфигурации жидкостных и газовых потоков. Если в этом уравнении перенести влево все члены, не содержащие вязкости, а вправо члены с вязкостью, то левая часть будет представлять собой уравнение Эйлера. Правая часть уравнения будет содержать члены, пропорциональные уравнению Эйлера, а коэффициент пропорциональности будет служить коэффициент динамической (кинематической) вязкости. Как было показано ранее [3], члены слева определяют, в основном, поступательное, волновое и вращательное движение среды. Члены справа определяют сдвиговое течение - торсионную составляющую движения. При этом немаловажным фактором в этой комбинации членов является именно вязкость, от нее во многом зависит величина торсионной составляющей. Если вязкость мала, то доля торсионного по сравнению с остальными движениями может оказаться незначительной и тогда достаточно использования лишь уравнения Эйлера. Такой случай может произойти, если изначально вязкость среды низкая. Из молекулярно-кинетической теории [4] известно, что динамическая вязкость может быть записана в виде $\eta \sim \sqrt{\mu T}$, где μ и T - молекулярная масса и температура среды.

Из формулы следует, что самая низкая вязкость у водорода. Она более чем в десять раз может быть ниже вязкости продуктов сгорания РДТТ. Снижение температуры в направлении к срезу сопла также приводит к снижению динамической вязкости, и в определенных случаях, например при больших расширениях потока, можно пользоваться уравнением Эйлера. Использование уравнения Эйлера лишает задачу о турбулентности анализа торсионной составляющей. В отдельных случаях это может приводить к существенным ошибкам в прогнозе параметров течения.

Вязкость оказывает влияние на турбулентность в скачках уплотнения, а для определения структуры и толщины ударного слоя δ необходимо учитывать вязкость и теплопроводность газа. Такая задача была решена Л.Д. Ландау [5], где он теоретически показал зависимость давления и толщины ударной волны от вязкости, теплопроводности и сжимаемости. В обобщенном виде формула для толщины ударного слоя в соответствии с Ландау может быть представлена в виде

$$\delta \cdot (P_2 - P_1) = \frac{F_1(\eta, \lambda)}{F_2(\Sigma)},$$

где $(P_2 - P_1)$ - перепад давлений в ударной волне; F_1 и F_2 - функции от динамической вязкости η , теплопроводности λ и сжимаемости Σ .

Соотношение движений (теорема)

В результате анализа представлены соотношения, показывающие существенную зависимость параметров турбулентности от сжимаемости и вязкости потока. Показаны границы их существенного влияния на течение в целом и отличительные особенности течений в различных двигателях. Величины, характеризующие сжимаемость и вязкость, органично "переплетены" с отдельными членами уравнения Навье-Стокса, характеризующими различные элементарные виды движений. Воспользуемся этим фактом применительно к камере ЖРД и найдём взаимосвязь этих движений между собой. Для этого запишем упомянутое векторное уравнение для условий несжимаемости

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + [\text{rot} \vec{V} \cdot \vec{V}] + \nu \text{rot rot} \vec{V} = 0.$$

Наложим на это уравнение операцию дивергенции. Тогда первый и третий члены нового уравнения обращаются в ноль. После раскрытия оператора дивергенция от второго члена получим

$$\vec{V} \text{rot rot} \vec{V} - \text{rot} \vec{V} \cdot \text{rot} \vec{V} = 0.$$

Учитывая, что двойной ротор от скорости есть кручение $\vec{\Omega}$, а ротор \vec{V} - угловая скорость $\vec{\omega}$, запишем: $\vec{V} \cdot \vec{\Omega} = \vec{\omega}^2$.

Полученное соотношение показывает взаимосвязь всех видов

движения (кроме волнового из-за отсутствия инерционного члена). Данное соотношение можно сформулировать как теорему: *скалярное произведение вектора скорости \vec{V} и вектора кручения $\vec{\Omega}$ равно квадрату вектора угловой скорости $\vec{\omega}$* . Из соотношения видно, что взаимосвязь между различными элементарными движениями не содержит в своей структуре никаких свойств продуктов сгорания.

Кинетическая энергия потока вязкой несжимаемой жидкости (теорема)

Записывая уравнение движения для несжимаемой жидкости (случай, характерный для ЖРД) в виде

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} + [\text{rot} \vec{V} \cdot \vec{V}] = \nu \Delta \vec{V}$$

и умножая скалярно каждый из его членов на вектор скорости, получаем новое выражение для уравнения Навье-Стокса. Очевидно, что это уравнение стало скалярным

$$\vec{V} \frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} + \vec{V} [\text{rot} \vec{V} \cdot \vec{V}] = \nu \vec{V} \Delta \vec{V}.$$

В этом уравнении произведение, стоящее на первом месте, преобразуется в производную от кинетической энергии

$$\vec{V} \frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} = \frac{\partial \frac{\rho V^2}{2}}{\rho \partial \tau} = \frac{\partial E_k}{\rho \partial \tau}.$$

Второй член в соответствии с правилами умножения векторов обращается в ноль, при этом само уравнение существенно упрощается, становясь обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dE_k}{d\tau} = \eta \vec{V} \Delta \vec{V},$$

где η - динамическая вязкость.

Так как векторы \vec{V} и $\Delta \vec{V}$ коллинеарные, то их произведение является произведением модулей абсолютных значений величин V и ΔV , каждая из которых является скаляром. Последнее уравнение можно проинтегрировать

$$E_k = \eta \int_0^{\tau_k} V \Delta V dt.$$

Полученное соотношение следует трактовать как теорему: *значение кинетической энергии вязкого потока представляет собой интеграл от произведения скорости на лапласиан скорости*.

Перефразируем эту теорему, понимая под производной мощность газового потока: *мощность газового потока пропорциональна произведению скалярных значений его абсолютной скорости и лапласиана от этой скорости*.



Турбулентность в факеле реактивной струи при испытании двигателя РД-180 в составе ракеты-носителя "Atlas"

Литература

1. Дейли Дж., Халерман Д. Механика жидкости. М.: Энергия, 1971 г.
2. Франкль Ф.И. Вихревое движение и обтекание тел в плоскопараллельном течении сверхзвуковой скорости. Избранные труды по газовой динамике. М.: Наука, 1973 г.
3. Кочетков Ю.М. Турбулентность. Торсионно-волновая парадигма. //Двигатель № 4, 2011 г.
4. Рид Р., Праусниц Дж. и Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. Ленинград: Химия, 1982 г.
5. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986 г.

* В работе [2] приводятся теоретические выкладки, описывающие движение потока жидкости вдоль характеристик первого и второго рода, где приведены зависимости, содержащие угловую скорость.