

# МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ АКУСТИКА

Александр Иванович Бажанов, академик МИА

Николай Юрьевич Кочетков, к.т.н., старший преподаватель ФГБОУ ВО "МАИ (НИУ)"

Анатолий Алексеевич Сперанский, вице-президент РИА, DExpert ISCED, академик РИА и МИА

**Проведен всесторонний анализ процессов молекулярной акустики и выявлен современный взгляд на эту проблему. Рассмотрены случаи представления данных процессов при идеальном и реальном подходах к их математическому описанию в соответствии с известными экспериментальными результатами. Получены новые теоретические результаты с привлечением кинетической теории Л. Больцмана, определяющие появление дисперсии и поглощение звука. Представлены рабочие формулы для расчетов основных параметров молекулярной акустики.**

**A comprehensive analysis of the processes of molecular acoustics has been carried out and a modern view of this problem has been revealed. The cases of representation of these processes with ideal and real approaches to their mathematical description in accordance with known experimental results are considered. New theoretical results have been obtained using L. Boltzmann's kinetic theory, which determine the appearance of dispersion and sound absorption. Working formulas for calculations of the main parameters of molecular acoustics are presented.**

**Ключевые слова: механика сплошных сред, молекулярная акустика, дисперсия, поглощение звука.**

**Keywords: continuum mechanics, molecular acoustics, dispersion, sound absorption.**

Молекулярная акустика относится к разделу механики сплошных сред. Это наука, занимающая промежуточное положение между молекулярной физикой и акустикой. Собственно акустика - это динамика малых амплитуд. Ее основными величинами являются параметры, непосредственно связанные со строением вещества, которыми являются скорость распространения звуковых волн и их положение [1].

Несмотря на то, что акустика является одной из наиболее древних наук, задача установления связей между акустическими свойствами вещества и его структурой возникла только тогда, когда были открыты надежные способы возбуждения и приема ультразвуковых колебаний. Большинство исследований в области молекулярной акустики относятся к ультразвуковым частотам. Таким образом, молекулярная акустика - это прежде всего физика ультразвука.

История молекулярной акустики начинается с 1920 года, когда А. Млодзевским [2] было открыто, что в сухом воздухе при температуре 0 °С скорость звука равнялась 331,5 м/с и в диапазоне 10...30 кГц не зависит от частоты. Н. Неклепаев в 1911 году установил, что изменение интенсивности ультразвуковых колебаний с расстоянием между источником и приемником ультразвука хорошо описывается зависимостью  $I = I_0 e^{-2\alpha x}$  [3], где  $I_0$  - интенсивность в начальной точке,  $I$  - интенсивность на расстоянии  $x$ ,  $\alpha$  - амплитудный коэффициент поглощения. Лебедев П.Н. в 1845 году предположил, что при высоких звуковых частотах, когда длина волн становится сопоставимой с длиной свободного пробега молекул нельзя пользоваться уравнением механики сплошных сред [4]. Это утверждение справедливо при поглощении звука в газах на очень высоких частотах и пониженных давлениях.

Для многих задач приближение механики сплошных сред является обыкновенным подходом. Герцфельдом и Рейсом в 1928 г. было показано, что поглощение и дисперсия звука могут вызываться не только вязкостью и теплопроводностью, но ещё и процессом обмена энергии поступательного движения молекул с их внутренней энергией [5]. Рядом авторов с 1937 г. по 1939 г. были заложены основы феноменологической релаксационной теории, пригодной для описания многих неравновесных процессов во многих веществах. Эти работы составляют теоретическую основу современной молекулярной акустики.

### Существо подхода к проблеме молекулярной акустики

Теория молекулярной акустики в настоящее время интенсивно развивается. Во многих странах происходят конференции и симпозиумы по молекулярной акустике. Классическая теория звука (акустическая теория) представляет собой один из разделов меха-

ники сплошных сред. Она основана на том, что исследуемый объём из макроскопических тел соизмерим с длиной звуковой волны и содержит все-таки достаточное число молекул, чтобы обладать свойствами континуума. Континуум - это, в соответствии с определением Л. Эйлера, такая объёмная часть вещества, в которой содержится достаточное количество молекул, чтобы обеспечить без потери физических свойств непрерывность (сплошность) и упругость минимального макроэлемента (континуума). Континуум - это минимальный макроэлемент (сплошной, текучий и упругий), который находится на границе перехода в молекулярную среду. На этот элемент действуют силы внутреннего напряжения, деформируя его в разных направлениях действия. Напряжения, возникающие внутри континуума, действуют как в нормальном (давление), так и в касательном (вязкое) направлениях. Совокупность всех элементов напряжений, которые характеризуются девятью компонентами, математически описываются тензором напряжений. Причем, напряжения возникают в элементе объёма деформации. Элементов деформации столько же, сколько и элементарных напряжений. Они также образуют тензор. Порядки тензора деформаций и тензора напряжений совпадают. Они оба являются тензорами второго порядка.

Основной характеристикой деформации является линейное смещение элементов объёма. Его производная по времени - это скорость деформации и является компонентом тензора деформации. Основное соотношение теории упругости - это реологическое уравнение, связывающее тензор деформаций с тензором напряжений. Акустика оперирует весьма малыми размерами деформаций. В этом её уникальность. Практически во всех случаях деформирования тел деформации оказываются малыми. Это означает, что изменение любого расстояния в теле оказывается малым по сравнению с самим расстоянием.

При деформировании расположения молекул меняется, и тело выходит из состояния равновесия, в котором оно находилось первоначально. В результате в нем возникают силы, стремящиеся вернуть его в состояние равновесия.

Как раз эти, возникающие при деформировании внутренние силы и называются внутренними напряжениями. Если деформация достаточно мала, то по прекращении действия вызывающих деформацию внешних сил тело возвращается в исходное состояние, такие деформации называются упругими. Если при больших деформациях остается некоторая деформация после снятия напряжений, то такие деформации называются пластическими.

При упругих деформациях тензор деформаций пропорционален тензору напряжений. И эти два тензора связывает коэффициент, который называется модулем упругости. Такая зависимость называется законом Гука. А коэффициент деформации (модуль) за-

висит от формы напряжения.

Так, для растяжения  $\varepsilon = E \cdot \sigma$ ,

где:  $\varepsilon$  - линейная деформация,  $\sigma$  - напряжение,  $E$  - модуль упругости при растяжении.

Применительно к газообразным и жидким веществам постулируется, что деформация, то есть скорость перемещения эквивалента вещества, совпадает со скоростью потока.

Основы записи уравнения движения гидрогазодинамики взяты из законов деформации упругих тел. При этом реологические уравнения преобразуются в гидродинамические с учетом особенностей вещества. Составляя баланс внутренних напряжений и деформирующих сил, применительно к гидрогазодинамике, получаем уравнение Навье-Стокса в векторной форме:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } v + \mu \Delta v,$$

Где:  $u$  - линейная деформация;

$v$  - абсолютная скорость потока;

$\lambda$  и  $\mu$  - коэффициенты Ламе.

При этом  $\mu$  представляет собой модуль сдвига, а  $\lambda$  - пропорциональна сжимаемости и также объемный модуль.

### Преобразование уравнения движения.

#### Гипотеза разделения

Если для анализа уравнения Навье-Стокса применить искусственный прием представления абсолютной скорости  $v$  векторной суммой  $v^l$  и  $v^t$ , где  $v^l$  безвихревое движение, а  $v^t$  - чисто сдвиговое, то можно воспользоваться векторными преобразованиями. Впервые, применяя к исходному уравнению движения (деформации) оператор  $\text{rot}$ , получаем новое уравнение:

$$\rho \frac{\partial^2 \text{rot } v^t}{\partial t^2} = \mu \Delta \text{rot } v^t.$$

Причем, так как  $\text{div } v^t = 0$ , то

$$\rho \frac{\partial^2 v^t}{\partial t^2} = \mu \Delta v^t.$$

А если к нему применить операцию дивергенция, то новое уравнение будет выглядеть так:

$$\rho \frac{\partial^2 v^l}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \Delta \text{div } v^l.$$

Полученная система:

$$\rho \frac{\partial^2 v^t}{\partial t^2} = \mu \Delta v^t;$$

$$\rho \frac{\partial^2 v^l}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \Delta v^l$$

имеет форму волновых уравнений.

Они описывают возмущения, распространяющиеся со скоростями:

$$c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad \text{и} \quad c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}.$$

Первая из этих волн называется сдвиговой или поперечной, а вторая - объемной или продольной. В общем виде оба уравнения имеют совершенно одинаковую волновую форму и могут быть заменены через эффективный модуль упругости:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \Delta u.$$

Известно, что решение волнового уравнения может быть записано в общем виде:

$$u(x, t) = A e^{i(\omega t - kx)} + B e^{i(\omega t + kx)}.$$

Здесь  $A$  и  $B$  - комплексные амплитуды;

$\omega$  и  $k$  - частота колебаний и волновое число.

Вводя скорость звука  $c$ , можно переписать:

$$u(x, t) = A e^{i(\omega t - x/c)} + B e^{i(\omega t + x/c)}.$$

Здесь  $c = \omega/k$  или  $c = \sqrt{E/\rho}$ .

### Решение уравнения для реальных сред

Обычно дифференциальное уравнение для колебательной системы записывается в виде:

$$\ddot{x} + r\dot{x} + \omega^2 x = F(t).$$

Его решение находится в синусоидальной форме. При этом в явном виде (не комплексном) представляется амплитуда, частота и фаза.

Получение уравнения и решения для колебаний в различных средах является исходным инструментом для молекулярной акустики. Изложенная теория основана на предположении идеальности среды, на возможности применения механики сплошных сред и механики амплитуд. Одной из причин, ограничивающей применение изложенной теории является наличие неравновесных процессов. И пока их влияние невелико, термодинамические скорости звука остаются справедливыми, но появляется дополнительный неучтенный эффект - поглощение звука. Именно из-за малости поглощения звука возможно применение идеальной теории. Но с ростом частоты поглощение увеличивается. С ростом частоты, когда уменьшение амплитуды уже заметно на расстояниях порядка длины волны, появляется дисперсия. Поэтому формулы для скорости звука становятся неверными. Таким образом, необходимым условием их применимости является малость величины поглощения звука в расчете на длину волны.

Эти условия не являются достаточными, так как при их выполнении некоторые неравновесные процессы могут все же вызвать дисперсию (правда, малую). Достаточными условиями справедливости термодинамических формул следует считать отсутствие дисперсии на всех частотах - от самых низких вплоть до исследуемых в данном опыте.

На практике в подавляющем большинстве жидкостей и твердых тел в реальном допустимом диапазоне частот дисперсия не наблюдается. Для газов она может наблюдаться уже при достаточно низких частотах, порядка десятков и сотен килогерц.

Другой причиной ограничения применения термодинамической теории является то, что длина волн звука очень велика по сравнению с размерами молекулярных неоднородностей, и, прежде всего, с расстояниями между молекулами (в жидкостях и твердых телах) или со средней длиной свободного пробега молекул в газах:  $\lambda \gg l$ . Если длина волны сравнима с этими расстояниями, то представление о веществе как о единой среде совершенно неприменимо.

Перечисленные условия ограничивают область частот, при которых применяется акустика сплошных сред. Именно частота звука должна быть достаточно мала по сравнению с частотами межмолекулярных колебаний в жидкостях и газах или частотой соударений молекул в газах. Вопрос о граничных длинах волн может быть решен только строго в рамках молекулярно-кинетической теории распространения звука. Это удалось осуществить пока только в простейших случаях. Один из них - распространение колебаний в кристаллической решетке твердого тела. Установлено, что при частотах, близких к частотам межмолекулярных колебаний ( $10^{13}$  Гц) скорость звука начинает зависеть от теплоты, то есть возникает дисперсия:  $c = f(\omega)$ .

Появление дисперсии вследствие появления эффекта поглощения, либо соизмеримости характеристик длин  $\lambda$  и  $l$ , приводит к несостоятельности механики сплошных сред.

### Влияние амплитуды

Третьей причиной, ограничения использования изложенных теоретических выводов является условие малости амплитуды колебаний. Это условие на практике выполняется достаточно хорошо, и нелинейность основных уравнений акустики непосредственно незаметна. Поэтому величина скорости звука практически не зависит от амплитуды. Однако если волна распространяется на большое расстояние от излучателя, то нелинейные эффекты накапливаются и становятся настолько большими, что первоначальная форма волны искажается, превращаясь в градиентную, или появляются внешние гармоники. Следует подчеркнуть, что на достаточ-

но большом расстоянии от излучателя они должны были бы наблюдаться при сколь угодно малых амплитудах, если бы поглощение звука, существующее в реальной среде, не препятствовало развитию деформации волны.

Создается ситуация, когда силы дисперсии начинают конкурировать с силами диссипации. Поэтому, третья причина, ограничивающая применение термодинамической кинетической теории, должна быть проанализирована с точки зрения возможности возникновения в системе солитонов. То есть ситуации равенства дисперсных и диссипативных сил. Таким образом, третья причина, ограничивающая применение классической термодинамической теории и категорическое использование молекулярно-кинетической - неоднозначна. При этом две первые причины сводятся к появлению эффекта дисперсии - эффекта зависимости скорости звука от частоты.

В силу низкого уровня продвинутой молекулярно-кинетической теории звука, учет особенностей, связанных с эффектом дисперсии, осуществляют экспериментальным путем. Реально скорость звука в настоящее время измеряют очень хорошо, с точностью 0,01 % и выше. Это дает возможность осуществить её пересчет и определить важные термодинамические параметры, например сжимаемость  $\alpha = 1/(\rho c^2)$  и др.

**Причины появления дисперсии**

Рассмотрим первую причину появления дисперсии и поглощения звука. Привлечем для выводов соотношений кинетическую теорию Больцмана [6]. Правую часть уравнения Больцмана запишем по аналогии с приближением времени релаксации (BGK-model) [7], а само уравнение можно записать в следующем виде:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f - f_0}{t_{\text{рел}}}$$

Вводя нормальную функцию насыщения [8]:

$$\psi(\xi) = \frac{1}{\xi} e^{-\frac{1}{\xi}}$$

и поделив левую и правую части уравнения на плотность распределения, получим:

$$\frac{df}{dt} = -\frac{f - f_0}{t_{\text{рел}}}$$

где:  $f = f_0 \cdot \psi(\xi)$ .

Вводя безразмерное время  $t_\sigma = t/t_{\text{рел}}$ , уравнение преобразуем к виду:

$$\frac{d \ln f}{dt_\sigma} = \frac{1}{\psi(\xi)} - 1.$$

Умножая левую и правую части уравнения на константу Больцмана  $K_B$  со знаком минус, получаем:

$$\frac{d(-K_B \ln f)}{dt_\sigma} = -K_B \left( \frac{1}{\psi(\xi)} - 1 \right).$$

В скобках слева замечаем статистическую энтропию  $s$ :

$$\frac{ds}{dt_\sigma} = -K_B \left( \frac{1}{\psi(\xi)} - 1 \right).$$

С учетом числа Авогадро и молекулярной массы, переписываем уравнение для термодинамической энтропии Клаузиуса относительно газовой постоянной  $s/R_\mu$ :

$$\frac{d \frac{s}{R_\mu}}{dt_\sigma} = - \left( \frac{1}{\psi(\xi)} - 1 \right).$$

Далее раскрываем содержание функций  $\psi$  и записываем очевидное равенство:

$$\frac{d \left( -\frac{ST}{RMT} \right)}{d\xi} = - \left( \xi e^{\frac{1}{\xi} - 1} - 1 \right) \text{ и } d \left( -\frac{ST}{RMT} \right) = \left( \xi e^{\frac{1}{\xi} - 1} - 1 \right) d\xi,$$

где  $ST$  - связанная энергия, а  $RMT$  - большой потенциал.

Интеграл с верхним пределом по безразмерному времени дает зависимость безразмерной энтропии в виде:

$$-\left( \frac{ST}{RMT} - 1 \right) = -\xi + 1.$$

Находим связь времени релаксации с энтропией:

$$\frac{ST}{RMT} = \xi.$$

Последнее выражение с точностью до показателя адиабаты, является отношением энтропийной скорости  $\Xi$  к скорости звука  $c$ :

$$\frac{\Xi}{c} = \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{\text{рел}}}}.$$

Тогда дисперсия по определению выражается следующим образом:

$$1 - \frac{\Xi}{c} = 1 - \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{\text{рел}}}}.$$

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{c - \Xi}{c} = 1 - \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{\text{рел}}}}.$$

Считая, что  $\tau$  есть обратная величина частоты звука  $\omega_0$ :

$$\frac{\Delta c}{c} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\omega_0 \tau_{\text{рел}}}}.$$

Последняя формула в первом приближении характеризует процесс поглощения энергии звуковых волн.

Вторая причина - соизмеримость длин волн ( $\lambda$ ) и длин свободного пробега молекул ( $l$ ) может быть математически сформулирована в виде:  $\lambda \sim l$ .

Выразим длину волны через скорость звука:  $\lambda = c \cdot \tau$ .

Длину свободного пробега возьмем как полноценное уравнение из молекулярной физики [9]:

$$l = \frac{1}{4\pi r_0^2 n_0}.$$

где:  $r_0$  - размер молекул;

$n_0$  - концентрация ( $1/м^3$ ).

Концентрацию выразим через давление:

$$n_0 = \frac{p}{K_B T}.$$

Далее, переходя к газовой постоянной, получаем:

$$n_0 = \frac{p N_A}{R_\mu T \mu} \text{ или } n_0 = \frac{p N_A}{c^2 T \mu}.$$

В итоге:

$$l = \frac{c^2 \mu}{4\pi r_0^2 p N_A} = \frac{c^2 m_0}{4\pi r_0^2 \rho}.$$

здесь  $m_0$  - масса молекулы.

Сравнивая характеристики длин, получаем:

$$c\tau = \frac{c^2 m_0}{4\pi r_0^2 \rho}.$$

Выражая  $\rho$  как  $\rho = \rho R_\mu T = \rho c^2$ , получаем:

$$c\tau = \frac{V_0}{4\pi r_0^2} \text{ или } c\tau = \frac{r_0}{3}.$$

Если частота звука  $\omega_0 \sim 3c/r_0$ , то после подстановки значений  $c \sim 1000$  м/с и  $r_0 \sim 3 \cdot 10^{-10}$  м, получаем  $\omega_0 \sim 10^{13}$  Гц.

Считается, что в условиях соизмеримости характерных длин, скорость звука начинает зависеть от частоты (появляется дисперсия), так как эта соизмеримость также предполагает соизмеримость звуковых частот и межмолекулярных колебаний.

**Влияние вязкости**

Поглощение звука может происходить в вязкой среде. Звуковая волна по мере удаления от источника постепенно уменьшает свою амплитуду. Такое явление называют затуханием звука в среде или поглощением звука средой. Одной из главных причин рассеивания энергии звука является внутреннее трение в веществе или вязкость. Техника определения затухания звука из-за вязкости основывается на анализе реологических уравнений состояния. При этом решаются все уравнения сохранения одновременно. Это гидродинамическая система уравнений. Не углубляясь в громоздкое изложение преобразований этой системы [10], отметим, что результатом их является нахождение формулы для расчета скорости звука с учетом нахождения энергии звука.

Конечная скорость записывается как производная идеальной скорости, умноженной на коэффициент поглощения:

$$c = \alpha \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Величина коэффициента  $\alpha$  зависит от вязкости и упругости среды. Наиболее интересен случай, когда вязкие силы играют малую роль по сравнению с упругими:

$$\frac{\omega_0 n}{E} \ll 1.$$

В этом случае коэффициент поглощения вычисляется также просто:

$$\alpha = \frac{\omega_0 n}{2\rho c^3}$$

Другой предельный случай преобладания вязких напряжений встречается при распространении сдвиговых волн в жидкостях и газах. Считая  $\omega n \gg E$  получаем:

$$c = \sqrt{\frac{2\omega n}{\rho}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\omega \rho}{2n}} \quad \text{и} \quad \alpha \cdot \lambda = 2\pi.$$

Из последнего уравнения видно, что волна практически полностью затухает уже на расстояниях, малых по сравнению с длиной волны.

Энергетический коэффициент поглощения записывается в виде знака уменьшения интенсивности звука с расстоянием.

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x},$$

где  $I_0$  - интенсивность звука вблизи источника.

Поглощение звука может вызываться не только вязкостью, но и теплопроводностью - другой диссипативной причиной. **□**

**Литература**

1. И.Г. Михайлов, В.А. Соловьев и Ю.П. Сырников. Основы молекулярной акустики // М.Наука, 1964 г.
2. А. Млодзевский. Измерение скорости звука для тонов от 10000 до 33000 колебаний в секунду // ЖРФХО, 42, 100, 1910 г.
3. Н. Неклепаев. Исследование поглощения коротких акустических волн в воздухе // ЖРФХО, 42, 100, 1910 г.
4. П.Н. Лебедев. Предельная величина коротких акустических волн в воздухе // ЖРФХО, 42, 108, 1911 г.
5. K.F. Herzfeld, F.O. Rice. Dispersion and absorption of high frequency sound waves, Phys. Rev., 31, 691, 1928.
6. Л. Больцман. Лекции по теории газов // Изд. Техничко - теоретической литературы, 1956 г.
7. Ю.М. Кочетков, Н.Ю. Кочетков. Турбулентность. Кинетическое уравнение Больцмана // Двигатель №1-2, 2021 г.
8. Н.Ю. Кочетков. Разработка и верификация метода и программы расчета внутрибаллистических характеристик двигателей твердого топлива с двухсоставными зарядами для перспективных летательных аппаратов // Космонавтика и ракетостроение № 1, 2010 г.
9. И.К. Кикоин (редакция). Таблицы физических величин // М. Атомиздат, 1976 г.
10. М. Рейнер. Десять лекций по теоретической реологии // Гостехиздат, 1947 г.

Связь с авторами: kolabuy@gmail.com

**МИХАИЛ ЛЕОНИДОВИЧ КУРАНОВ**



26 июня 2021 года на 75 году жизни ушел из жизни высококлассный специалист по РДТТ Михаил Леонидович Куранов - человек, который всегда был на пике научных проблем и решал их всегда нетрадиционным, характерным только ему оригинальным способом.

Михаил Леонидович, будучи выпускником МФТИ, активно "влезал" в конструкцию, организовывал эксперименты и непосредственно участвовал в их проведении. Он работал тихо и ненавязчиво, но всегда был востребован, так как найденные им решения задач и проблем, всегда были актуальны и востребованы на практике.

Его диссертация на звание кандидата технических наук по определению двухфазных потоков в 80-х годах прошлого века была крайне своевременна. Она дала в руки конструкторов инструмент, с помощью которого стал возможным переход на перспективные углерод-углеродные композиции. В дальнейшем по его рекомендациям изготавливались сверхлегкие и сверхпрочные сопловые насадки из УУКМ.

Михаил Леонидович много сил приложил в изучение одной из основных проблем газовой динамики РДТТ - двухфазность, в которой он разобрался до мельчайших подробностей. Им была создана совершенно новая теория горения конденсированных частиц и выявлено два механизма горения, блестяще подтвержденные в дальнейшими экспериментами с отборами продуктов сгорания.

Его деятельность не ограничивалась чистой наукой. Он много общался со специалистами КБ отрасли и принимал активное участие в экспертных советах по РДТТ, где им, например, была выдвину-

та оригинальная идея по методике уточнения потерь удельного импульса тяги и экспериментально подтверждена составляющая потеря на химическое неравновесие. В дальнейшем эта уникальная методика была принята и для учёта потерь в ЖРД.

Михаил Леонидович оставил свой след и в вычислительной газодинамике разработав программу расчета движения частиц в газовом потоке. Это позволило понять проблему разрушения углеродных материалов под воздействием конденсированной фазы, а затем определять лидирующую линию газового потока, вызывающую разрушение сопла в процессе работы РДТТ, и корректировать контур сопла.

В последнее время Михаил Леонидович много работал на перспективу и занимался компоновочными схемами и энергетикой новых топлив. Он активно участвовал в разработке больших математических моделей - созданием цифровых двойников. Это направление определяло комплексный подход к теоретическому изучению внутрибаллистических характеристик, энергетике, дисперсности конденсированной фазы, теплообмена и интегральных характеристик РДТТ.

Мы помним его доброту, заразительную жизнерадостность, золотые руки. Афоризмы Михаила Леонидовича стали частью нашей культуры. В его душе находилось место для всего: для семьи и для коллег, для путешествий, для театра и литературы, для рукоделия и дачного зодчества. А созданные при его участии изделия боевой ракетной техники обеспечивают сохранность мирного неба над нами.

Горькая, безвозвратная потеря заставляет склонить головы его коллег, много лет плодотворно проработавших рядом с этим замечательным человеком. Все мы выражаем глубокую скорбь и сочувствие родным и близким Михаила Леонидовича.

Светлая его память.