

# МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

## ТЕРМОДИНАМИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

Александр Иванович Бажанов, академик МИА  
 Николай Юрьевич Кочетков, к.т.н., старший преподаватель ФГБОУ ВО "МАИ (НИУ)"  
 Анатолий Алексеевич Сперанский, вице-президент РИА, DExpert ISCED, академик РИА и МИА

*Частным случаем механики сплошных сред является термодинамика. Эта наука о внутренних процессах сплошных сред является ключевым моментом при формировании исходных данных для последующих расчетов, сопровождающих создание промышленных, ракетно-космических, энергетических и других, важных для народного хозяйства изделий. Это – газодинамические и гидравлические расчеты, тепловые расчеты аппаратов и турбомашин, расчеты разрушения стенок от теплового воздействия, расчеты на прочность и деформацию конструкций, прогноз ВЧ-устойчивости и вибраций и т.д. Термодинамика поставляет для прогноза и экспертизы физико-химические, тепло-газодинамические, прочностные и многие другие свойства рабочего тела. Она поставляет его состав и энергетику процессов.*

*В работе представлены некоторые новые, нетрадиционные в изложении нюансы, расширяющие представления об основополагающих утверждениях. Изложенное является частично анализом известных публикаций и оригинальным обобщением авторов.*

*A special case of continuum mechanics is thermodynamics. This science of the internal processes of continuous media is a key point in the formation of initial data for subsequent calculations that accompany the creation of industrial, rocket-space, energy and other products important for the national economy. These are gas-dynamic and hydraulic calculations, thermal calculations of apparatuses and turbomachines, calculations of the destruction of walls from heat exposure, calculations for the strength and deformation of structures, the forecast of RF stability and vibration, etc. Thermodynamics supplies physicochemical, thermal-gas-dynamic, strength and many other properties of the working fluid for the forecast and examination. It supplies its composition and the energy of the processes.*

*The paper presents some new, non-traditional nuances that expand the understanding of the fundamental statements. The above is partly an analysis of well-known publications and an original generalization of the authors.*

**Ключевые слова:** термодинамика, начала, энтропия.

**Keywords:** thermodynamics, principles, entropy.

Всю дисциплину "термодинамика" в ограниченное время изложить невозможно, поэтому остановимся на основных положениях, и прежде всего, вспомним основные ее начала - начала термодинамики [1, 2, 3]. Изложим их не в традиционной форме, а в форме, которая расширяет понятия основных величин.

Предварительно было получено, объяснено и доказано основное фундаментальное понятие термодинамики - энтропия, физический смысл которой - дисперсия функции распределения в уравнении Больцмана [4, 5].

Зависимость энтропии от ведущих термодинамических параметров  $S = f(V, U, N)$  позволяет рассмотреть её полный дифференциал:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{VN} dU + \left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{UV} dN + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{UN} dV.$$

где  $V, U, N$  - удельный объем, внутренняя энергия и число частиц в системе.

По определению частные производные выражаются через реальные характеристики:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{VN} = \frac{1}{T}; \left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{UV} = \frac{\mu}{T}; \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{UN} = \frac{P}{T},$$

где  $T, \mu$  и  $P$  - температура, химический потенциал и давление.

В результате получаем (Р. Майер, Д. Джоуль, Г. Гельмгольц):

$$TdS = dU + PdV - \mu dN \text{ или } dQ = dU + PdV - \mu dN.$$

Последнее уравнение является формулировкой **первого Начала термодинамики**. В механической форме, при отсутствии неравновесных процессов  $\mu dN = 0$ , получаем традиционную запись:  $dQ = dU + PdV$ , то есть тепло переходит во внутреннюю энергию и механическую работу.

Формулируется закон или первое Начало термодинамики как закон превращения и сохранения энергии.

**Второе Начало термодинамики** традиционно записывается в форме Клаузиуса:  $dS \geq 0$  или более точно, как было ранее получено [6]:

$$d \frac{S}{R} \geq 0, \text{ что означает:}$$

1)  $S \geq R$ ,  
 2)  $R$  - тоже является энтропией, но только для равновесного случая.

Формулируется второе Начало термодинамики в традиционной интерпретации как: "Процесс идёт только с возрастанием энтропии. Энтропия при этом стремится к своему максимальному значению  $S_{max}$ ". При этом в традиционном понимании она не конкретизируется. Не даётся ответа на вопрос, что такое её максимальное значение  $S_{max}$ .

Для раскрытия значения понятия  $S_{max}$  воспользуемся теоремой потенциалов. Термодинамические потенциалы - это такие термодинамические функции, которые имеют полные дифференциалы. Каждый потенциал носит свой глубокий физический смысл:

- 1)  $U$  - внутренняя энергия,  $U = C_V T$ ;
- 2)  $J$  - энтальпия,  $J = C_P T$ ;
- 3)  $ST$  - связанная энергия, которая никогда не может быть превращена в работу;
- 4)  $RT$  - частный случай, реализующийся при условии термодинамического равновесия, или ещё он называется "большой потенциал";

5)  $F = U - ST$  - потенциал Гельмгольца, также он называется "свободной энергией". Он освобожден от связанной энергии, а остаток характеризует энергетические возможности прохождения химических реакций;

6)  $G = J - ST$  - потенциал Гиббса, или свободная энтальпия. Частным случаем этого потенциала является удельный (по отношению к массе вещества) потенциал. Это - химический потенциал:  $\mu = G/m$ .

Химический потенциал - главная характеристика в неравновесной термодинамике. Он определяет энергетику химической реакции.

Все потенциалы имеют положительный знак, они не могут быть отрицательными функциями. Поэтому потенциал Гельмгольца можно записать в виде:

$$F = U - ST \geq 0.$$

Раскрывая значение внутренней энергии, перепишем:

$$C_V T - ST \geq 0 \text{ или } C_V \geq S.$$

Таким образом расширяется второе Начало и конкретизируется максимальное значение энтропии:

$$S_{\max} = C_V.$$

То есть максимальное значение энтропии есть теплоёмкость при постоянном объёме, тогда:

$$R \leq S \leq C_V.$$

Далее для анализа привлечём закон Майера:

$$C_p - C_V = R,$$

из которого следует, что теплоёмкость при постоянном давлении всегда больше теплоёмкости при постоянном объёме:

$$C_p = C_V + R \rightarrow C_p > C_V.$$

Это и логично, ведь энтальпия больше энергии на величину механической работы:

$$J = U + PV,$$

а собственно энтальпия является самой большой (предельной) энергией в веществе. Это то количество энергии, которое необходимо, чтобы вещество образовалось.

По-другому можно записать для идеального газа:

$$J = U + RT,$$

вот почему  $RT$  называется большим потенциалом - он соответствует максимальной работе.

Но энергия или энтальпия может преобразоваться не вся, и тогда часть энергии (тепла) останется в рабочем теле, а остальное сработает:  $Q = CT$  и тогда будет справедливо следующее неравенство:

$$C_V \leq C \leq C_p.$$

Таким образом получаем неравенство:

$$R \leq S \leq C_V \leq C \leq C_p.$$

Последнее неравенство можно интерпретировать как второе Начало термодинамики, а все члены этого большого неравенства как частные случаи энтропии:  $R, S, C_V, C, C_p$  [7].

Здесь теплоёмкость  $C$  - является в общем-то тоже энтропией, только та, традиционная энтропия, есть характеристика внутренних процессов (химических реакций, физических преобразований вещества и др.) происходящих при постоянном объёме, а теплоёмкость является характеристикой рабочих процессов и применяется в макро-термодинамике тепловых машин.

Из неравенства следует, что величина теплоёмкости при постоянном объёме разделяет термодинамику на две науки:

В интервале  $R \leq S \leq C_V$  - химическую термодинамику, а в интервале  $C_V \leq C \leq C_p$  - термодинамику тепловых машин.

Таким образом, функции  $S$  и  $C$  заключены каждая в своём интервале и являются функциями процессов, а  $R, C_V$  и  $C_p$  - функциями состояния.

Второе Начало термодинамики можно теперь записать через энергию:

$$RT \leq ST \leq U \leq Q \leq J$$

Энтропия может быть бесконечно большой. Всё зависит от отношения

$$K = \frac{C_p}{C_V},$$

то есть от собственно вещества, характеристикой которого является величина  $K$ , а также

$$C_V = \frac{R}{K-1} \text{ и } C_p = \frac{KR}{K-1}.$$

Записывая левую часть неравенства относительно  $R$

$$1 \leq \frac{S}{R} \leq \frac{1}{K-1}$$

получаем, что при  $K \rightarrow 1$  энтропия будет стремиться к бесконечности.  $K \rightarrow 1$  - это тяжёлые газы, например, для продуктов сгорания РДТТ показатель адиабаты может достигать величины  $K = 1,12$ ; а легкие газы - гелий и другие инертные газы -  $K = 1,666...$

Отметим, что потенциалы являются скалярными величинами и если каждый из них скалярно умножить на единичный тензор,

то получится новый тензор, соответствующий данному потенциалу, например:  $U \cdot I$  или  $ST \cdot I$ . Тензоры в математике обозначаются готическим шрифтом.

Тензоры - это операторы от непрерывных функций. Они наиболее точно и полно описывают процессы в сплошных средах. Они удобны для проведения математических преобразований и часто сложные дифференциальные операторы с помощью тензоров могут быть заменены на алгебраические. Второе Начало также можно записать в тензорном виде.

В химической термодинамике [8] характерными параметрами являются скорости химических реакций, константы равновесия и др. В термодинамике тепловых машин - работа, коэффициент полезного действия (КПД). Считается, что самым эффективным циклом в термодинамике является цикл Карно, а КПД у него самый большой.

Из формулы для КПД цикла Карно следует, что  $\eta_K$  не зависит от свойств рабочего тела:

$$\eta_K = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Это и понятно, ведь Карно вводя свою формулу в обиход скорее всего записал её интуитивно, опираясь на теорию теплорода. То есть условно рабочим телом у него был один единственный компонент - теплород, который и был причиной тепла. Вещество в этой постановке рассматривалось как резервуар, куда он помещался, а теплоёмкость не зависела от термодинамики ( $C_V = C = C_p$ ).

В соответствии с вышеизложенным можно записать для интервала  $C_V \leq C \leq C_p$  или  $U \leq Q \leq J$  производимую работу реального газа в следующем виде:

$$A = Q - U,$$

а КПД:

$$\eta = \frac{Q - U}{Q} = 1 - \frac{U}{Q}.$$

Для максимального значения  $Q = J$ , тогда

$$\eta = 1 - \frac{U}{J}.$$

При этом поступившее в систему тепло будет максимально:  $J$  при  $T = T_1$ , а сброшенное после работы тепло минимально:  $U$  при  $T = T_2$ .

$$\text{Тогда } \eta = 1 - \frac{C_V T_2}{C_p T_1} \text{ или } \eta = 1 - \frac{1}{K} \frac{T_2}{T_1}.$$

Полученная зависимость является функцией свойства рабочего тела ( $K$ ). Чем больше показатель адиабаты  $K$ , тем меньше величина  $1/K$  и тем больше сам КПД.

Таким образом, легкие газы (He, H и др.) будут давать максимальный КПД. Тяжелые газы (продукты сгорания РДТТ и т.д.) будут давать минимальный КПД.

Сравнение формул показывает, что даже при небольших значениях показателя адиабаты  $K \sim 1,12...1,67$  различие в значениях КПД Карно и нового КПД может оказаться существенным. Если принять для теплорода, что  $C_p = C_V$ , тогда максимальная разница может составлять величину

$$\Delta\eta = \eta - \eta_K = 1 - \frac{1}{K} \frac{T_2}{T_1} - 1 + \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

или

$$\Delta\eta = \frac{T_2}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)}\right) = \frac{T_2}{T_1} (1 - 0,6) = 0,4 \frac{T_2}{T_1}.$$

Еще одно интересное следствие из второго Начала термодинамики. Известно, что равновесие системы наступит при стремлении к нулю потенциала Гельмгольца:  $F = U - ST \rightarrow 0$ .

Возможное максимальное значение свободной энергии запишется как  $F_{\max} = U - RT$ .

Определим границу, где прекращаются реакции  $U - ST = 0$ .

С учетом выводов молекулярно-кинетической теории

$$U = \frac{3}{2} RT.$$

Но

$$U = C_v T = \frac{1}{K-1} RT.$$

тогда

$$RT = RT \text{ или } K = \frac{5}{3} = 1,666... = 1,67.$$

Это означает, что начиная с показателя адиабаты 1,67 все химические процессы прекращаются. Но этот показатель адиабаты соответствует показателю благородных, нейтральных газов восьмой группы периодической системы Менделеева: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn (гелий, неон, аргон, криптон, ксенон, радон).

Химическая активность этих газов, как известно, равна нулю и при соприкосновении с любыми активными газами, реакция между ними не пойдет, так как они имеют заполненную атомную структуру и не имеют валентных электронов.

Но, что очень удивительно!!! При определенных давлениях и температурах активные газы могут достигать значений  $K > 1,67$ .

Так, например

Азот:  $K = 1,85$  при  $T = 220$  К и  $P = 100$  атм.

Водород:  $K = 1,78$  при  $T = 110$  К и  $P = 100$  атм.

Воздух:  $K = 1,74$  при  $T = 240$  К и  $P = 100$  атм.

Даже агрессивный кислород при температуре 260 К и давлении 100 атм. имеет значение  $1,721 > 1,67$  и становится инертным.

Интересно, а есть ли условия, при которых нейтральные газы попадут в диапазон  $< 1,67$ ? Да, есть. При  $T = 100$  К и давлении 100 атм. у гелия значение  $K = 1,65$ ; а у аргона  $K = 1,627$  при  $T = 100$  К и  $P = 1$  атм.

Известны такие химические соединения как дифторид криптона  $KrF_2$ , тетрафторид криптона  $KrF_4$ , а также криптонат бария  $BaKrO_4$ .

**Третье Начало термодинамики** значит за Нернстом и оно гласит:

1) При уменьшении температуры до абсолютного нуля  $T \rightarrow 0$ , теплоемкость любого вещества стремится к нулю  $C \rightarrow 0$ .

2) Значение абсолютного нуля не достижимо!!! Можно только к этому значению стремиться  $T \rightarrow 0$ .

**Четвертое Начало термодинамики** или первое начало термодинамики [9]. Появилось оно недавно в связи с тем, что с давних времен до настоящего времени не прекращается спор между великими учеными, начиная с эпохи Возрождения Леонардо да Винчи с Галилео Галилеем и Декартом с Лейбницем на тему: "Что такое движение: импульс (вектор) или энергия (скаляр)?"

Этот спор, видимо, можно решить если сказать, что это - одно и то же. Откуда это следует. Из молекулярно-кинетической теории известно, что кинетическая энергия одной молекулы записывается в виде:  $m_i V_i^2 / 2$ .

Энергия всех частиц с точностью до постоянного коэффициента  $3/2$  записывается как:

$$\sum_i c_i \frac{m_i V_i^2}{2}.$$

Поскольку произведение массы  $m_i$  на концентрацию  $c_i$  есть плотность вещества, последняя формула примет вид:

$$\sum_i \frac{\rho_i V_i^2}{2}.$$

а после умножения на  $\rho_i$ :

$$\sum_i \frac{\rho_i^2 V_i^2}{2}.$$

Последняя операция эквивалентна учету весового коэффици-

циента для внутренней энергии  $\rho_i \cdot U$ .

Умножив сумму на единичный тензор  $I$ , получим новый тензор, характеризующий ансамбль частиц, находящихся в системе:

$$\sum_i \frac{\rho_i V_i^2}{2} \cdot I.$$

Далее осуществим переход через границу микросистемы к континуальной системе. Переход осуществим с помощью операции дивергенции от найденного тензора:

$$\text{div} \frac{\rho_i^2 V_i^2}{2} \cdot I,$$

которая тождественно равна градиенту от скаляра, но уже для средней скорости параметра:

$$\text{div} \frac{\rho_i^2 V_i^2}{2} \cdot I = \text{grad} \frac{\rho^2 \bar{V}^2}{2},$$

После преобразования получаем:

$$\text{grad} \frac{\rho^2 \bar{V}^2}{2} = (\rho V) \text{grad}(\rho V),$$

где,

$$U = \frac{\rho \bar{V}^2}{2}; \quad \vec{j} = \rho \bar{V}.$$

Но

$$\vec{V} \text{grad} \rho \bar{V} = \frac{d\rho V}{d\tau},$$

тогда

$$\frac{d\vec{j}}{d\tau} = \frac{1}{\rho} \text{div} \rho U \cdot I = \frac{1}{\rho} \text{grad} \rho \cdot U.$$

В силу того, что внутренняя энергия, по существу, равна давлению, то по аналогии с уравнением Эйлера нужно поменять знак:

$$\frac{d\vec{j}}{d\tau} = - \frac{1}{\rho} \text{grad} \rho \cdot U.$$

Последнее уравнение является четвертым началом термодинамики, и оно утверждает, что движение в форме импульса тесно связано с движением в форме внутренней энергии.

По существу, это означает, что импульс и внутренняя энергия - это одно и то же, только представленная в разных формах. Существо - одно, формы - разные. Между импульсом и энергией существует однозначная связь.

Если считать, что плотность постоянна, то четвертый закон термодинамики превращается в уравнение Эйлера:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{d\tau} = - \text{grad} U \equiv - \text{grad} P,$$

поэтому четвертое Начало термодинамики можно считать первым началом термодинамики.

Четвертое Начало термодинамики удобно при анализе процессов, а также при выводе уравнения движения в неравновесной форме. В отличие от уравнения Навье-Стокса уравнение, учитывающее неравновесность имеет ещё один член, который характеризует динамику химических превращений.

Опуская выводы и только для иллюстрации, запишем уравнение движения с учетом неравновесного члена [10]:

$$\frac{d\rho \bar{V}}{d\tau} = \text{div} \Pi - \frac{K+1}{K-1} P \text{grad} \ln \left( \frac{P}{R_\mu T} e^{-\frac{E}{k-1} RT} \right),$$

где  $\Pi$  - тензор Коши;

$E, R$  - энергия активации и универсальная газовая постоянная.

Или вводя нормальную функцию насыщения [11, 12]:

$$\frac{d\rho \bar{V}}{d\tau} = \text{div} \Pi - \frac{K+1}{K-1} P \text{grad} P \psi(\xi),$$

здесь,

$$\psi(\xi) = \frac{1}{\xi} e^{-\frac{1}{\xi}}$$

$$\xi = \frac{T}{E} \cdot \frac{k+1}{k-1} RT$$

При  $\xi = 0$  - течение заморозенное и уравнение превращается в уравнение Навье-Стокса в форме Коши:

$$\frac{d\rho \bar{V}}{d\tau} = \text{div} \Pi,$$

а при  $\xi = 1$  - течение равновесное:

$$\frac{d\rho \bar{V}}{d\tau} = \text{div} \Pi - \frac{K+1}{K-1} P \text{grad} \ln P.$$

Представленные результаты были получены благодаря использованию основной фундаментальной гипотезы - гипотезы о сплошности рабочей среды, что позволило применить аппарат математической физики.

### Литература

1. В.В. Сычев. Дифференциальные уравнения термодинамики // М. Наука, 1981 г.
2. В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А.Е. Шейндлин. Техническая термодинамика // М. Энергоатомиздат, 1983 г.

3. Дж. Серрин. Математические основы классической механики жидкости // М. изд. Иностранной литературы, 1963 г.
4. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Закон пси от кси // Двигатель № 2, 2017 г.
5. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Энтропийные потоки и коэффициенты переноса // Двигатель № 4, 2017 г.
6. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Турбулентность реальных газов. Благородное уравнение газовой динамики // Двигатель № 1, 2017 г.
7. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Реновация второго начала и новый идеальный цикл // Двигатель № 5, 2017 г.
8. Н.В. Иноземцев. Основы термодинамики и кинетики химических реакций // М. изд. Военной Академии механизации и моторизации Красной армии им. И.В. Сталина, 1940 г.
9. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Четвертое начало термодинамики или первое начало термогазодинамики // Двигатель № 4-5, 2016 г.
10. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Вывод уравнения импульсов из начал термодинамики // Двигатель № 3, 2016 г.
11. Н.Ю. Кочетков. Разработка и верификация метода и программы расчета внутрибаллистических характеристик двигателей твердого топлива с двухсоставными зарядами для перспективных летательных аппаратов // Космонавтика и ракетостроение № 1, 2010 г.
12. Ю.М. Кочетков, Н.Ю. Кочетков. Турбулентность. Математический анализ релаксационных процессов // Двигатель № 3, 2020 г.

Связь с авторами: kolabuy@gmail.com

## ИНФОРМАЦИЯ. Стенд Testbed 80 компании Rolls-Royce

Компания Rolls-Royce приступила к испытаниям серийных авиационных двигателей на новом испытательном стенде Testbed 80, который является на сегодняшний день самым большим испытательным стендом в мире. Разработка и строительство стенда Testbed 80 велось в течение трех лет. На его создание было выделено 90 млн фунтов стерлингов. На этом стенде будут проходить испытания не столько серийные двигатели, сколько перспективные двигатели следующих поколений, в т.ч. серии UltraFan. На сегодня уже существует демонстрационный образец этого двигателя.

В этом двигателе турбина низкого давления приводит в работу только вентилятор через редуктор. Применение большого вентилятора с увеличенной степенью двухконтурности (до 15), редуктора и системы управления их работой позволило отказаться от применения в двигателе компрессора низкого давления. В итоге удалось при сохранении основных пара-

метров двигателя получить заметное снижение его массы, в т.ч. и благодаря облегченному вентилятору с лопастями из титаноуглеродного волокна.

Новый испытательный стенд Testbed 80 позволит контролировать в режиме реального времени более 10 тысяч различных параметров. Так, для измерения вибрации на двигатель будет устанавливаться большое число различных типов вибродатчиков, обнаруживающих вибрации частотой до 200 кГц. Впервые в мире в состав испытательного стенда вошла мощная рентгеновская установка, способная производить съемку внутренних элементов двигателя непосредственно во время его работы со скоростью 30 кадров в секунду.

На стенде Testbed 80 будут проводиться эксперименты по поиску синтетических аналогов традиционного авиационного топлива. Для этого стенд имеет баки для хранения разных типов топлива ёмкостью 140 тысяч литров и оборудование для их смешивания в различных пропорциях перед подачей топливной смеси в двигатель.

