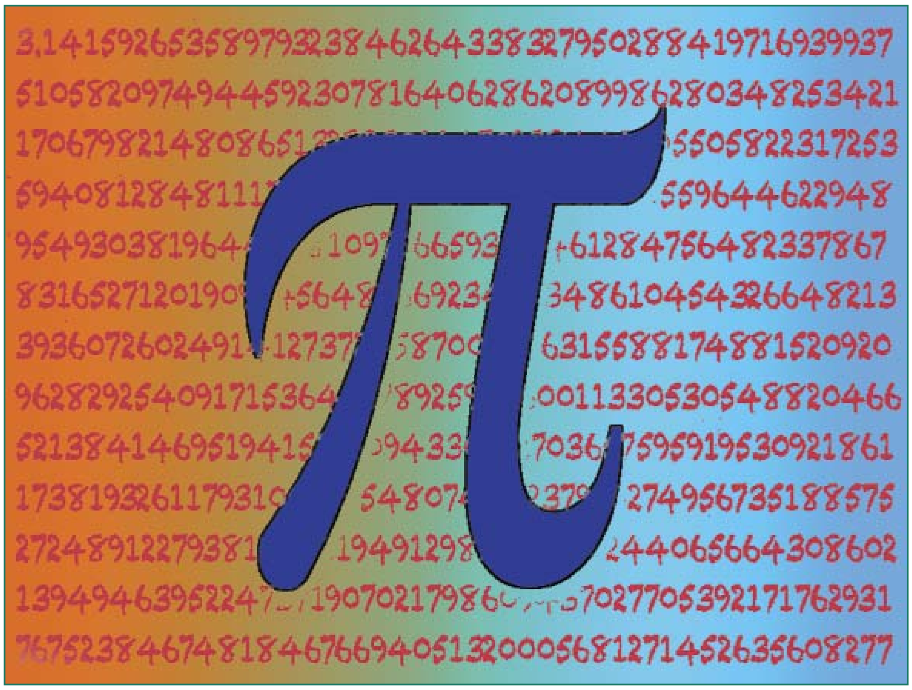
УДК 511.17

БЕСКОНЕЧНЫЕ ЧИСЛА

Андрей Иванович Касьян, к.т.н., МФПУ "Синергия"

Рассматриваются свойства бесконечных чисел. Вводятся арифметические действия.
Properties of infinite numbers are considered.
Ключевые слова: бесконечные числа, вычислимость.
Keywords: infinite numbers, computability.

Развитие темы.
Предыдущие статьи в №4 и № 6 2018 г.



Немногие будут возмущаться, что целый ряд чисел, например, корень квадратный из двух $\sqrt{2}$=1,4142... или число Архимеда π =3,1415... записываются бесконечной (десятичной) дробью, т.е. их десятичная запись никогда не заканчивается и не является периодической. Такая неограниченная запись трактуется, как "с точностью до значащей цифры...". Число π, как и корень, иррациональное (А.Гельфонд), вычислимое, т.е. может быть вычислено с любой точностью. Известны алгоритмы, которые позволяют вычислить любую значащую цифру, без вычисления предыдущей. Хорошо известное число Непера или основание натуральных логарифмов e =2,7182... вычислимо, трансцендентно (Ш.Эрмит) и имеет квадрильоны известных значащих цифр. Квадратный корень из двух, а также из трех, как алгебраические числа, также вычислимые числа и известны алгоритмы, дающие многие миллиарды их значащих цифр. Тогда, чтобы получить бесконечное число (более корректно, безграничной формы записи) нам достаточно провести такую операцию, как "удаление запятой" (обозначим штрихом '). В итоге, получим "вычислимые" числа: число Архимеда 31415..., число Эйлера 27182..., число Пифагора 14142... и т.д. Любую значащую цифру этих чисел можно, очевидно, вычислить. Обратное действие - нижний штрих, отождествим с запятой. Арифметические действия в этом случае будем основывать на родоначальниках. Рассмотрим сумму обычного числа и числа Архимеда Π (пи "большое" π) равное 100+π. Сначала находим обычную сумму 100+π =103,1415..., а затем убираем запятую и получаем (100+π)'=100+Π=1031415.... Легко получить произведение 2π = 62831.... Если складывать два числа в неограниченной форме записи, то также требуется обращаться к родоначальникам. Например, сумма числа Архимеда и числа Пифагора (S) равна π+S =4555806.... Произведение π S = 444295. Периодические дроби, очевидно, складывать легко. Например, сумма 0,(3)+0,(2)=0,(5). После операции отбрасывания запятой, получаем (0,(5))'=05555...=0(5). Запись периода в скобках используем и в нашем случае. Почему оставляем нуль? Обычно, в старших разрядах нуль опускается. И ему обидно. Здесь тоже можно опускать, но имеется ряд тонких вопросов. Например, в машинных расчётах принимается 1/2 = 0,5 =0,49999... Число с неограниченной записью, в этом случае, есть 049999.... Если необходимо применить обратную к штриху операцию, то нуль укажет на место запятой, т.е. даст 0,4999.... Есть более сложные вопросы, например, сумма числа Архимеда и числа Эйлера. Эта сумма может оказаться конечной, т.е. числом в конечной форме записи, но может и бесконечной. Аналогично, их разность, произведение и т.д. Этот вопрос не поддается решению. Тем не менее, нам известны значащие цифры слагаемых и суммы или произведения вычислимы. Сделаем такое замечание, что сумма (разность), произведение вычислимых чисел является вычислимыми. Далее, существуют невычислимые числа, т.е. такие, для которых отсутствует алгоритм вычисления с любой точностью. Если вычислимых чисел столько же, сколько и натуральных, то невычислимых значительно больше. Тем не менее, если нам известны два невычислимых числа a и b, то найдя их обычную сумму, отбрасывая запятую, получим число с неограниченной формой записи и малым числом значащих цифр. Информация об этих числах ограничена, но правила действий остаются теми же самыми. В заключение сделаем такое замечание, что чисел с неограниченной формой записи несравненно больше (невообразимо больше), чем привычных нам чисел. Поэтому незаслуженно оставлять их без внимания.

(Продолжение следует.)

Литература

1. Г. Биркгоф, Т. Барти. Современная прикладная алгебра. М.: Мир, 1976 г.
2. А. Касьян. Простые числа // Двигатель № 4, 2018
3. А. Касьян. Простые числа // Двигатель № 6, 2018

Связь с автором: a.kasyan1@yandex.ru

Квадратные корни чисел 0...99

√x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	1,41421	1,73205	2	2,23607	2,44949	2,64575	2,82843	3
1	3,16228	3,31662	3,4641	3,60555	3,74166	3,87298	4	4,12311	4,24264	4,3589
2	4,47214	4,58258	4,69042	4,79583	4,89898	5	5,09902	5,19615	5,2915	5,38516
3	5,47723	5,56776	5,65685	5,74456	5,83095	5,91608	6	6,08276	6,16441	6,245
4	6,32456	6,40312	6,48074	6,55744	6,63325	6,7082	6,78233	6,85565	6,9282	7
5	7,07107	7,14143	7,2111	7,28011	7,34847	7,4162	7,48331	7,54983	7,61577	7,68115
6	7,74597	7,81025	7,87401	7,93725	8	8,06226	8,12404	8,18535	8,24621	8,30662
7	8,3666	8,42615	8,48528	8,544	8,60233	8,66025	8,7178	8,77496	8,83176	8,88819
8	8,94427	9	9,05539	9,11043	9,16515	9,21954	9,27362	9,32738	9,38083	9,43398
9	9,48683	9,53939	9,59166	9,64365	9,69536	9,74679	9,79796	9,84886	9,89949	9,94987