

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССАХ В РД

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н., профессор, (ФГБОУ ВО) "Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)" (МАИ)

Проанализированы нестационарные процессы в ракетных двигателях: выход на режим, спад давления при останове, перекадки, возникновение неустойчивости, ситуации при авариях и взрывах, импульсные режимы работы, воспламенение топлива, нестационарная и неравновесная работа газогенераторов, срабатывание клапанов регуляторов и прочей арматуры, воспламенение СТТ и его выгорание. Предложены методы расчета параметров при этих условиях. Установлена прямая зависимость нестационарных процессов от вязкости, сжимаемости и неравновесности.

Non-stationary processes in rocket engines are analyzed: entering the mode, pressure drop when stopped, shifting, instability, situations during accidents and explosions, pulse modes of operation, fuel ignition, non-stationary and non-equilibrium operation of gas generators, actuation of regulator valves and other valves, STT ignition and its burnout. Methods for calculating parameters under these conditions are proposed. The direct dependence of non-stationary processes on viscosity, compressibility, and nonequilibrium is established.

Ключевые слова: турбулентность, нестационарность, вязкость, сжимаемость, неравновесность.

Keywords: turbulence, unsteadiness, viscosity, compressibility, nonequilibrium.

Важным фактором при решении практических задач ЖРД является прогнозирование термогазодинамических параметров в процессе всего времени его работы. Особенно следует выделить нестационарные режимы, такие, где рабочие параметры существенно зависят от времени. Из самых характерных можно назвать несколько, среди них:

1. Для маршевых ЖРД:
 - область по времени выхода двигателя на номинальный режим;
 - область спада давления при останове двигателя;
 - области перекадок для многорежимных ЖРД;
 - работа ЖРД в период возникновения НЧ- и ВЧ-неустойчивостей;
 - ситуации при авариях и взрывах.
 2. Для ЖРДМТ:
 - импульсные режимы работы;
 - воспламенение топлива.
 3. Для узлов и агрегатов ЖРД:
 - нестационарная и неравновесная работа газогенераторов;
 - срабатывание клапанов, регуляторов и прочей арматуры (гидроудар).
 4. Для вспомогательных РДТТ:
 - воспламенение СТТ и его выгорание.
- Расчет перечисленных областей необходимо проводить с помощью нестационарных уравнений термогазодинамики. А с учетом сильной зависимости параметров от внутренних процессов, с безусловной необходимостью от вязкости, сжимаемости и неравновесности. Все эти свойства необходимо учитывать в уравнениях движения и дополнительных уравнениях.

Уравнение движения

Вывод нестационарных, вязких, сжимаемых и неравновесных уравнений движения ранее неоднократно приводился и опубликован в [1, 2].

Он базируется на классических Началах термодинамики и опирается на опыт, наработанный в последние годы в этом направлении. Прежде всего, это четвертое Начало термодинамики. Вначале записываются 1-е и 2-е Начала термодинамики с учетом внутренней и внешней энергии.

$$\text{grad}Q = \text{grad}U + P\text{grad}V + \text{grad}Q_{\text{внеш}} + \text{grad}Q_{\text{внутр}}$$

После соответствующих преобразований и использования математической формулировкой четвертого Начала термодинамики, основное уравнение может быть представлено в виде:

$$\rho^2 \text{grad}Q = -\rho \frac{d\rho\bar{v}}{d\tau} - U\text{grad}\rho^2 + \rho^2 \text{grad} \frac{P}{\rho} - \rho \text{grad}P + \rho^2 R_{\mu} T \text{grad} \frac{Q_p}{R_{\mu} T} + \rho \text{div}\Pi.$$

Введение энтальпии и энтропии позволяет в будущем выделить

неравновесные члены:

$$\frac{d\rho\bar{v}}{d\tau} = \text{div}\Pi - \rho T \text{grad}S - \frac{k+1}{k-1} R_{\mu} T \text{grad}\rho - P \text{grad} \frac{Q_p}{R_{\mu} T},$$

в явном виде которые могут быть представлены:

$$\frac{d\rho\bar{v}}{d\tau} = \text{div}\Pi - P \text{grad} \ln \left(\frac{P^{k+1}}{(R_{\mu} T)^{k+1}} e^{\left(\frac{Q_p - ST}{R_{\mu} T} \right)} \right).$$

Последнее уравнение является неравновесным уравнением движения и при отсутствии правого члена плавно переходит в уравнение Навье-Стокса. Числитель показателя при экспоненте, отнесенный к молекулярной массе, является химическим потенциалом, в практических расчетах идентифицируется как энергия активации и записывается в форме Аррениуса.

Далее после преобразований функцию в скобках представим в зависимости от нового аргумента:

$$\xi = \frac{T}{\left(\frac{E}{k+1} \right)^{\frac{1}{R}}}$$

выделив при этом зависимость

$$\psi = \frac{1}{\xi} e^{-\frac{1}{\xi}} \text{ (закон пси от кси [3]).}$$

Это - нормальная функция насыщения. Уравнение в итоге принимает вид:

$$\frac{d\rho\bar{v}}{d\tau} = \text{div}\Pi - \frac{k+1}{k-1} P \text{grad} \ln P \cdot \psi(\xi),$$

а значение под логарифмом есть константа химического равновесия. Полученное уравнение математически описывает нестационарные процессы, происходящие в газодинамических трактах РД. Помимо прочего из них следует безусловно сильная связь с процессами вязкого трения (теплообмен, диффузия), процессами, учитывающими сжимаемость (неустойчивость в камере, ударные волны в сопле) и неравновесность процесса (реальные свойства газов). Анализ этого уравнения, проделанный применительно различным агрегатам и узлам ЖРД (РДТТ) позволит достоверно описать нестационарные процессы в них.

Переходные процессы в РД

К переходным процессам относятся: выход на режим, спад после выключения двигателя и перекадки.

Рассмотрим **выход на режим при запуске** на примере РДТТ.

Составим уравнение баланса расходов. Расход по камере сгорания будет иметь вид:

$$\frac{dM}{d\tau} = \frac{V}{RT} \frac{dP}{d\tau}$$

Уравнение прихода продуктов сгорания со стороны заряда:

$$G_{\text{пр}} = \rho_{\text{T}} \cdot S_{\text{T}} \cdot U = \rho_{\text{T}} \cdot S_{\text{T}} \cdot b \cdot p^{\nu}$$

Зависимость для расхода перед соплом:

$$G_{\text{р}} = \frac{P \cdot F_{\text{кр}}}{\beta}$$

Тогда

$$\frac{V}{RT} P' + \frac{F_{\text{кр}}}{\beta} p = \rho_{\text{T}} \cdot S_{\text{T}} \cdot b \cdot p^{\nu}$$

Полученное уравнение есть обыкновенное дифференциальное нелинейное уравнение первой степени - классическое уравнение Якоба Бернулли. Оно имеет аналитическое решение. Уравнение приводится к обыкновенному линейному уравнению с постоянными коэффициентами путем следующих действий: сначала делим каждый его член на p^{ν} :

$$\frac{V}{RT} \frac{P'}{p^{\nu}} + \frac{F_{\text{кр}}}{\beta} p^{1-\nu} = \rho_{\text{T}} \cdot S_{\text{T}} \cdot b$$

далее вводим новую переменную $y = p^{1-\nu}$ и находим её производную:

$$\frac{P'}{p^{\nu}} = \frac{y'}{1-\nu}$$

При этом получаем

$$y' + \frac{F_{\text{кр}} \cdot RT \cdot (1-\nu)}{\beta \cdot V} y = \frac{\rho_{\text{T}} \cdot S_{\text{T}} \cdot b \cdot RT \cdot (1-\nu)}{V}$$

Для новых переменных:

$$\eta = \frac{F_{\text{кр}} \cdot RT \cdot (1-\nu)}{\beta \cdot V} \text{ и } q = \frac{\rho_{\text{T}} \cdot S_{\text{T}} \cdot b \cdot RT \cdot (1-\nu)}{V}, \text{ получаем:}$$

$$\frac{dy}{d\tau} = -\frac{d(-y)}{d\tau} = -\frac{1}{\eta} \frac{d(-\eta y)}{d\tau} = -\frac{1}{\eta} \frac{d(q-\eta y)}{d\tau}$$

Вводим логарифмическую производную и составляем уравнение дифференциалов $d \lg(q-\eta y) = -\eta \cdot d\tau$.

Тогда решение получаем в общем виде:

$$q - \eta y = e^{-\eta\tau + c}$$

Конкретизируя константы, окончательно получаем

$$p = p_k (1 - e^{-\eta\tau})^{\frac{1}{1-\nu}}$$

Последнее уравнение с конечной производной в нуле имеет вид кривой насыщения, которая приближенно характеризует выход двигателя на режим. Очевидно, что более точное описание этого процесса будет с помощью нормальной кривой насыщения:

$$P = P_k \cdot \psi(\bar{\tau})$$

При условии спада давления уравнение упрощается:

$$\frac{V}{RT} \frac{dP}{d\tau} + \frac{p \cdot F_{\text{кр}}}{\beta} = 0$$

Для интегрирования его удобно записать в следующем виде:

$$\frac{dp}{p} = \frac{F_{\text{кр}} \cdot RT}{V \cdot \beta} d\tau; \quad \frac{dp}{p} = -\eta d\tau$$

Решение этого уравнения ищем из уравнения для логарифмических дифференциалов: $d \ln p = -\eta d\tau$ и оно после конкретизации констант будет иметь вид: $\ln p - \ln p_k = -\eta(\tau - \tau_{\text{роб}})$.

Последнее уравнение показывает, что свободное опорожнение камеры сгорания происходит по экспоненциальному закону (экспоненциальный спад).

В случае перекадок, когда поднимается или опускается давление в камере сгорания, закономерности не изменяются. Подъемы соответствуют универсальной кривой насыщения, закону пси

от кси, а спады - экспоненциальному закону.

В случае воспламенения твердого топлива подъем давления зависит от массы навески воспламенителя, что влияет на размерные производные кривой выхода. В ЖРД наклоны кривой выхода зависят от закона подачи в камеру компонентов топлива.

Следует непременно отметить, что **в РДТТ** процесс выгорания заряда за исключением двух случаев (торцевой и нормальной горения), всегда нестационарный, при этом **динамика образования свободного объема нестационарна** без исключительных случаев. Поэтому, **в отличие от ЖРД, где объем камеры зафиксирован, в РДТТ невозможна ВЧ-неустойчивость**.

Высокочастотная неустойчивость

Процесс неустойчивости является сугубо нестационарным, так как весьма сильно зависит от временного фактора. Но этот процесс также циклический и характеризуется периодом колебаний и частотой.

Как было упомянуто выше, о ВЧ-неустойчивости следует говорить применительно только к ЖРД. В РДТТ неустойчивости быть не может в силу переменности свободного объема по времени (не устанавливается газодинамическая структура) и в силу невозможности формирования автоколебаний. Очень серьезной ошибкой является понятие линейная неустойчивость. Точное определение понятия автоколебаний следующее. Автоколебания - это незатухающие колебания, поддерживаемые внешними источниками энергии в нелинейной диссипативной системе, вид и свойства которых определяются самой системой и не зависят от начальных условий.

Математический аппарат, описывающий процесс возникновения неустойчивости базируется на преобразованиях и анализе уравнения Навье-Стокса [4, 5]:

$$\frac{d\vec{v}}{d\tau} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} P + \nu \Delta \vec{v} + \frac{\nu}{3} \text{grad} \text{div} \vec{v}$$

Оно преобразуется в главное уравнение колебательного звена. Для каждой фиксированной точки это уравнение записывается для колебательной составляющей давления:

$$\frac{d^2 \tilde{P}}{d\tau^2} + 4 \frac{\nu}{R^2} \frac{d\tilde{P}}{d\tau} + 4 \frac{\nu}{R^2} kM^2 \frac{d \ln \frac{R}{\omega}}{d\tau} \tilde{P} = 4\mu\omega^2 \frac{\nu}{R^2} kM^2 \frac{d \ln \frac{R}{\omega}}{d\tau}$$

С использованием критериев оно приобретает вид:

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{d\tau^2} + 8\pi \text{Ve} \frac{d\tilde{p}}{d\tau} + 8\pi \text{Ve} \cdot \text{Me} \cdot \tilde{P} = 8\pi R\mu \frac{\omega}{\omega_0} \frac{d \frac{\omega}{R}}{d\tau}$$

После решения характеристического уравнения получаем единственное условие возникновения колебаний.

$$\frac{\text{Me}}{\text{Ve}} > 2\pi, \text{ где } \text{Ve} = \frac{\nu}{R^2 \omega_0} \text{ и } \text{Me} = kM^2 \frac{d \ln \frac{R}{\omega}}{d\tau}$$

При этом объединенный критерий

$$\Phi Z = \frac{kv^3}{\nu \alpha^2} \frac{d \frac{\nu}{\text{rot}^2 v}}{d\tau} > \frac{1}{4},$$

определяет области неустойчивости и подтверждает смысл критерия Рейля.

Таким образом, для решения устойчивости требуется решение уравнения для главного колебательного звена при начальных условиях. Этими условиями могут быть условия мягкого или жесткого возбуждения:

$$P_{\tau=0} = P_0 \text{ или } \left(\frac{dP}{d\tau} \right)_{\tau=0} = \alpha$$

Для расчета критериев требуется газовое поле $\vec{v}(x, y, z)$. Оно рассчитывается с помощью уравнения:

$$\text{rot} \vec{v} = \pm \sqrt{M^2 (1 - M^2)} \frac{1}{\mu} \vec{v} \text{grad} p = \pm M \sqrt{\frac{1 - M^2}{\mu}} \frac{dp}{d\tau}$$

при граничных условиях прилипания и сопровождения

$$\vec{v}_w = 0 \text{ и } \frac{d\vec{v}_{осн}}{dy} = 0.$$

Последний критерий $\Phi Z \geq 1/4$ является лишь необходимым условием возникновения автоколебаний. Достаточным является условие постоянства вихря.

Для автоколебаний уравнение записывается в виде:

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{d\tau^2} + 4\nu \frac{kM^2}{R^2} \frac{d \ln \frac{R}{\omega}}{d\tau} \tilde{p} = 0.$$

Оно имеет решение в виде синуса, а частота при этом рассчитывается по формуле:

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{4k\nu}{a^2} \frac{d \ln V}{d\tau}.$$

из которой наглядно видна зависимость ω_0 от ω , причем в качестве коэффициентов перед угловой скоростью стоят параметры вязкости ν и сжимаемости a^2 среды.

Интерпретация этого результата: *пространственная циклика в виде угловой скорости вихря при определенных условиях переходит во временную ω_0 , а природа собственных колебаний среды зависит строго от турбулентных конфигураций.*

Импульсные режимы в ЖРДМТ

Характерной особенностью при работе ЖРДМТ в импульсном режиме является ярко выраженная нестационарность и неравновесность процессов. Оба эти процесса определены ситуацией, когда времена маршевого режима (собственно импульсы) соизмеримы с временами перехода (выход на режим и спад после завершения импульса). Нестационарность и неравновесность напрямую связаны друг с другом и вместе влияют на соотношение компонентов, которое влияет на потери удельного импульса тяги. Расчет параметров процессов ЖРДМТ следует неукоснительно проводить с учетом отмеченных процессов в соответствии с уравнением движения:

$$\frac{d\rho \vec{v}}{d\tau} = \text{div} \Pi - \frac{k+1}{k-1} P \text{grad} \ln K_p.$$

Динамика запорно-отсечной арматуры

К запорно-отсечной арматуре относятся элементы ПГС, с помощью которых плавно или скачкообразно гидравлические системы переходят с одного режима на другой. Если переход осуществляется плавно (регулятор давления), то, как правило, он - аperiodический. Если скачкообразно (клапан), то в системе могут возникнуть колебания. Этот последний режим рассматривается как основной при изучении динамики системы.

Скачкообразный переход на другой режим сопровождается явлением гидроудара. Это - фундаментальное явление в гидродинамике, которое несет за собой новое качество в отличие от размеренных плавных течений по каналам. Резкое наложение связей на гидросистему приводит к появлению ударной волны и следующему за ней каскаду отраженных волн. Гидроударом весьма фундаментально занимался знаменитый русский ученый Н.Е. Жуковский. Он вывел формулу для расчета амплитуды ударной волны (P_A) и скорости звука (a) жидкости в трубах с податливыми стенками [6]:

$$P_A = \rho(V_0 - V_1)a \text{ и } a = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{1 + \frac{E D}{E_{тр} h}}}.$$

К решению задачи о гидроударе продуктов сгорания в полостях арматуры ПГС привлечем уравнение Навье-Стокса, как следствие из него, уравнение для вязко-упругого колебательного звена, записанного в скалярной форме **применительно к динамической задаче:**

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{d\tau^2} + 2\delta \frac{d\tilde{p}}{d\tau} + \omega_0^2 \tilde{p} = -\omega_0^2 p_0,$$

где \tilde{p} - по-прежнему амплитудная функция; p_0 - давление в соединительной трубке; δ - параметр затухания; ω_0 - собственная частота системы.

Вынуждающая сила справа с учетом гидроудара задается ступенчатой функцией и при $\tau > 0$, она будет величиной постоянной.

Из теории линейных дифференциальных уравнений известно, что общим решением линейного неоднородного уравнения будет сумма соответствующего однородного уравнения и любого частного решения неоднородного уравнения. Путем простой подстановки решения в виде

$$\xi = \frac{(-\omega_0^2 \cdot p_0)}{\omega_0^2}.$$

убеждаемся, что оно справедливо и превращает дифференциальное уравнение в тождество. Тогда общее решение однородного уравнения записываем в виде:

$$\tilde{p} = A e^{-\delta \tau} \sin(\omega_0 \tau + \varphi) + p_0.$$

Зависимость $\tilde{p}(\tau)$ имеет вид синусоиды с затухающей амплитудой. Причем асимптотой в данном случае является горизонтальная прямая $p_0(\tau) = \text{const}$. На рис. 1 представлена зависимость, полученная в процессе испытания натурального клапана.

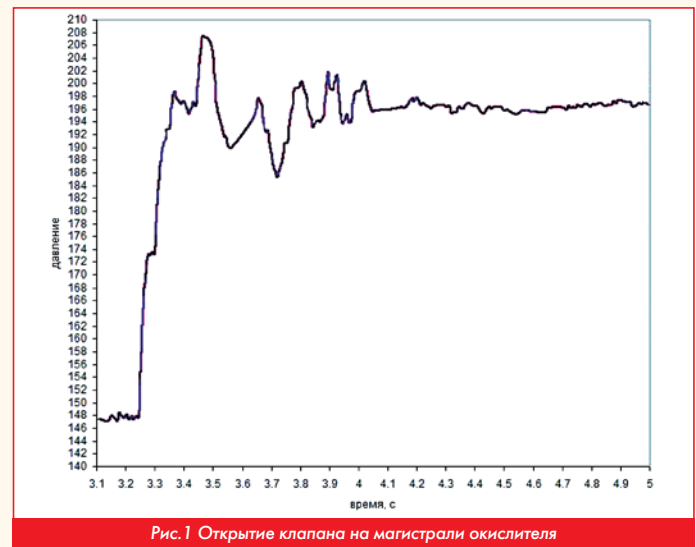


Рис. 1 Открытие клапана на магистрали окислителя

В завершение анализа процессов в агрегатах и узлах ЖРД можно отметить несанкционированные нестационарные процессы, такие, как авария и взрыв. Их предсказать весьма трудно, но, зная их исход и, решая обратную задачу, можно с использованием предложенных уравнений установить причину. Ведь понятно, что прямая задача это - прогноз, а обратная - история!

Литература

1. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Вывод уравнения импульсов из начал термодинамики // Двигатель №3, 2016.
2. Ю.М. Кочетков. Турбулентность реальных газов. Благородное уравнение газовой динамики // Двигатель №1, 2017.
3. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Закон пси от кси // Двигатель №2, 2017.
4. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Неустойчивость при работе тепловых турбомашин // Двигатель №2, 2018.
5. В.В. Струминский. Основные направления теоретических исследований проблемы турбулентности // Механика турбулентных потоков, М. Наука, 1980.
6. Н.Е. Жуковский. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. М. изд. технико-теоретической литературы, 1949 г.
7. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Гидроудар в пневмогидравлической системе // Двигатель №4, 2013.
8. Ю.М. Кочетков, Т.Н. Кравчик, О.А. Подымова. Пять теорем турбулентности и их практические приложения. // Вестник машиностроения №7, 2019 г.

Связь с автором: swgeorgiy@gmail.com