

# ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

## ПОСТАНОВКА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАДАЧИ О ВЧ-УСТОЙЧИВОСТИ

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

*Получена прямая зависимость собственной частоты автоколебаний (ВЧ-неустойчивости) от характеристик турбулентного потока. Показано, что в ламинарных потоках автоколебания возникнуть не могут, так как отсутствует главная причина - пространственная циклика. Получены соотношения основных параметров колебаний в вязко-упругом контуре внутри камеры сгорания ЖРД в зависимости от газодинамических параметров (собственная частота, декремент затухания, время релаксации и добротность).*

*The direct dependence of the natural frequency of self-oscillations (HF instability) on the characteristics of the turbulent flow is obtained. It is shown that in laminar flows, self-oscillations can not occur, since there is no main reason - the spatial cycle. The relations of the main parameters of oscillations in the viscoelastic circuit inside the combustion chamber of the rocket engine depending on the gas-dynamic parameters (eigenfrequency, damping decrement, relaxation time and q-factor) are obtained.*

**Ключевые слова:** турбулентность, собственная частота, декремент затухания.  
**Keywords:** turbulence, natural frequency, damping factor.

В процессе развития той или иной новой науки часто возникает недоразумения такого типа как, например, откуда что берется. Здесь, безусловно, следует, прежде всего, проследить за ходом развития этой науки и тщательно проработать ссылочную литературу, которая, как правило, содержит ответы на многие вопросы. И еще, если читатель не знаком с приведенными ссылками, то это не является поводом танцевать автору от печки.

Затрагиваемая автором наука - ВЧ-неустойчивость - требует длительного (10 лет) изучения данной проблемы, а "чапаевский" наскок здесь не уместен. Проблема не решается методом "из общих соображений". У автора, в его системе очерков о ВЧ-неустойчивости появлялись и появляются новые определения и понятия, часто резонансного толка [1], но все они четко и скрупулезно излагаются и объясняются. Многочисленные благодарственные письма дают основание ему (автору) считать предлагаемые материалы кондиционными и своевременными. Для дальнейшего общения автора с его благодарными читателями было сочтено целесообразным дать подробные пояснения некоторых понятий в целях установления "общего языка" общения. Итак!

### Постановка задачи прогноза ВЧ в ЖРД

Прежде всего, о ВЧ-неустойчивости следует говорить применительно только к ЖРД. В РДТТ неустойчивости быть не может в силу переменности свободного объема по времени (не устанавливается газодинамическая структура) и в силу невозможности формирования автоколебаний (см. теоремы турбулентности [2]). Очень серьезной ошибкой является понятие линейная неустойчивость. В работе [3] дается точное определение понятия автоколебания. "Автоколебания - это незатухающие колебания, поддерживаемые внешними источниками энергии в нелинейной диссипативной системе, вид и свойства которых определяются самой системой и не зависят от начальных условий."

В линейной системе автоколебаний быть не может, даже если в ней имеет место отрицательное затухание.

Для автоколебаний связь между источником энергии и колебательным элементом должна быть **нелинейной**.

Вернемся к постановке задачи о ВЧ-неустойчивости. Она основывается на решении уравнений Навье-Стокса в полной постановке. Но! Не напрямую, так как эта задача на сегодняшний день неподъемная. Она решается после предварительных векторных преобразований [4]. Уравнение [5]

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad}P + \nu \Delta \vec{v} + \frac{\nu}{3} \text{graddiv}\vec{v}$$

преобразуется в главное уравнение вязко-упругого колебательного звена: в процессе преобразований используются уравнения сохранения массы и энергии. Конкретно для каждой фиксированной точки это уравнение записывается по типу [6]:

$$\frac{d^2\tilde{P}}{d\tau^2} + 4\frac{\nu}{R^2} \frac{d\tilde{P}}{d\tau} + 4\frac{\nu}{R^2} \kappa M^2 \frac{d \ln \frac{R\omega}{\omega_0}}{d\tau} \tilde{P} = 4\mu\omega^2 \frac{\nu}{R^2} \kappa M^2 \frac{d \ln \frac{R\omega}{\omega_0}}{d\tau}.$$

Вводя безразмерные критерии получаем:

$$\frac{d^2\tilde{P}}{d\bar{\tau}^2} + 8\pi Be \frac{d\tilde{P}}{d\bar{\tau}} + 8\pi Be \cdot Me \cdot \tilde{P} = 8\pi R\mu \frac{\omega}{\omega_0} \frac{d \frac{R}{R}}{d\bar{\tau}}.$$

Слева от равенства величина  $\tilde{P}$  - давление в колебательном контуре, а  $\omega$  и  $\omega_0$  - угловая скорость вихря и собственная частота. Справа сосредоточена в преобразованном виде внешняя энергия, поступающая из зоны горения.

После решения характеристического уравнения получаем единственное условие возникновения колебаний:

$$\frac{Me}{Be} > 2\pi,$$

$$\text{где } Be = \frac{\nu}{R^2\omega_0} \text{ и } Me = \kappa M^2 \frac{d \ln \frac{R\omega}{\omega_0}}{d\bar{\tau}}$$

Критерий  $Be$  характеризует диссипацию,  $Me$  - упругость.

Более информативным при расчетах является объединенный критерий

$$\Phi Z = \frac{\kappa \bar{v}^3}{\nu \alpha^2} \frac{d \frac{\bar{v}}{\text{rot}^2 \bar{v}}}{d\bar{\tau}} > \frac{1}{4},$$

показывающий области неустойчивости и который также подтверждает идею критерия Рейлея.

Таким образом, для решения проблемы устойчивости требуется решение уравнения для главного колебательного звена при начальных условиях. Этими условиями могут быть условия мягкого или жесткого возбуждения:

$$P_{\tau=0} = P \text{ или } \left( \frac{dP}{d\tau} \right)_{\tau=0} = \alpha.$$

Для расчета критериев требуется газовое поле  $\vec{v}(x, y, z)$ . Оно

рассчитывается с помощью уравнения [7]

$$\text{rot} \vec{v} = \pm \sqrt{M^2 (1 - M^2)} \frac{1}{\mu} \vec{v} \text{grad} p.$$

при граничных условиях прилипания и сопровождения [8]:

$$\vec{v}_w = 0 \text{ и } \frac{\vec{v}_{\text{оси}}}{dy} = 0.$$

Первое и второе уравнения с соответствующими начальными и граничными условиями являются математической постановкой задачи о ВЧ-устойчивости.

**О механизме неустойчивости**

Вопрос о механизме неустойчивости в литературе изложен весьма примитивно. Понятно, что это переход от условий равновесия к колебаниям вязко-упругой среды внутри камеры сгорания. Если конструкция спроектирована правильно с точки зрения ВЧ-устойчивости, то работать она будет устойчиво. Если нет (неправильно), то возникнут автоколебания, такие незатухающие колебания, при которых устанавливается баланс диссипативных и дисперсных сил [9]. Другими словами, будут выполнены необходимые и достаточные условия [9].

В литературе [10] называется двадцать причин возникновения неустойчивости в ЖРД. Это:

1. критерий Рэлея;
2. модель одного времени запаздывания воспламенения смеси;
3. модель двух времен запаздывания воспламенения смеси;
4. модель переменного времени запаздывания;
5. неравномерная подача горючего;
6. неравномерная подача окислителя;
7. влияние системы сервоуправления в системе подачи компонентов топливной смеси;
8. зависимость скорости горения от подачи;
9. вихреобразование перед зоной горения;
10. вихреобразование в зоне горения;
11. волновое движение в топливных магистралях;
12. колебания состава смеси;
13. колебания качества распыления смеси;
14. испарение капель топлива;
15. зависимость скорости нормального распространения пламени от условий в камере сгорания;
16. наличие поджигающего источника;
17. неустойчивость фронта пламени по Ландау;
18. модель "черного ящика";
19. распыление и смешение струй;
20. изменение скорости химических реакций при колебаниях давления и температуры.

Автор может назвать еще 66 подобных причин и все это говорить о том, что в соответствии с этими работами (в [10] дан их обзор) получается, что каждая неудача по причине ВЧ-неустойчивости оригинальна и невозможно ничего предсказать. Но не следует огорчаться. Все эти причины так или иначе формируют турбулентное газовое поле и нужно найти лишь соотношение между параметрами этого поля и объединить их в критерий  $\Phi Z > 1/4$ .

Вот этот критерий и есть та единственная причина, которая может привести к неустойчивости. Но для этого нужно правильно посчитать турбулентное газовое поле, чего на сегодняшний день не может ни одна (еще раз: ни одна) программа.

**Параметры неустойчивости. Собственная частота**

Из уравнения главного колебательного звена следует, что в случае возникновения автоколебаний, это уравнение будет записано в виде, похожем на уравнение для линейного осциллятора:

$$\frac{d^2 \tilde{P}}{d\tau^2} + 4\nu \frac{\kappa M^2}{R^2} \frac{d \ln \frac{R\omega}{\omega^2}}{d\tau} \tilde{P} = 0.$$

При этом коэффициент перед давлением  $\tilde{P}$  есть квадрат частоты собственных колебаний системы:

$$\omega_0^2 = 4\nu \frac{\kappa \tilde{v}^3}{a^2 R^4} \frac{d \frac{R\omega}{\omega^2}}{d\tau}.$$

Из последней формулы следует, что эта частота напрямую связана с угловой скоростью вихревого течения.

Используя достаточное условие  $\omega = \text{const}$  и, вынося  $\omega^2$  за знак дифференциала, преобразуем формулу до следующего выражения

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = \frac{4\kappa\nu}{a^2} \frac{d \ln \nu}{d\tau}.$$

Теперь наглядно видна зависимость  $\omega_0$  от  $\omega$ , причем в качестве коэффициентов перед угловой скоростью стоят параметры вязкости  $\nu$  и сжимаемости  $a^2$  среды.

Интерпретировать этот результат можно таким образом, что пространственная циклика в виде угловой скорости вихря при определенных условиях переходит во временную  $\omega_0$ , а природа собственных колебаний среды зависит строго от турбулентных конфигураций.

Далее. Известно, что решением дифференциального гармонического уравнения является синус. Именно синус - единственная функция, которая может описывать колебательный процесс. Никакие функции Бесселя, Лежандра, Лагерра, Чебышева, Гаусса, Эрмита и другие специальные функции [11] не могут описать колебательный процесс. У всех этих функций всегда будет переменный период, переменная (плавающая) частота. Часто в литературе делается ошибка. Функцию Бесселя разлагают в ряд по синусам и берут первый член. Тем самым искусственно вводят в обиход постоянный период. Это неверно, но при помощи такой манипуляции определяют такие понятия как продольная, тангенциальная и радиальная моды колебаний. Необходимо заметить, что все эти моды являются проекциями вектора собственных колебаний.

**Декремент затухания и частота вынуждающей силы**

Уравнение главного колебательного звена, записанное без правой части, описывает затухающий колебательный процесс. Это - свободные колебания [12]. Они могут быть описаны следующим уравнением:

$$\frac{d^2 \tilde{P}}{d\tau^2} + 8\pi Ve \frac{d\tilde{P}}{d\tau} + 8\pi Ve \cdot Me \cdot \tilde{P} = 0$$

или

$$\frac{d^2 \tilde{P}}{d\tau^2} + 4 \frac{\nu}{R^2} \frac{d\tilde{P}}{d\tau} + 4 \frac{\nu}{R^2} \kappa M^2 \frac{d \ln \frac{R\omega}{\omega^2}}{d\tau} \tilde{P} = 0.$$

Тогда, вводя принятые в литературе обозначения, запишем:

$$\frac{d^2 \tilde{P}}{d\tau^2} + 2\delta \frac{d\tilde{P}}{d\tau} + \omega_0^2 \tilde{P} = 0.$$

Решением такого уравнения может быть

$$\tilde{P} = \tilde{P}_{\text{max}} \cdot e^{-\delta\tau} \sin(\omega_0\tau + \varphi_0).$$

Здесь коэффициент над экспонентой характеризует затухание колебательного процесса. Это мера уменьшения амплитуды колебаний за период  $T$ . Называется этот коэффициент логарифмическим декрементом затухания и равен:

$$\delta T = \ln \frac{\tilde{P}(\tau)}{\tilde{P}(\tau+T)}.$$

Исходя из главного уравнения колебательного звена, получим

$$\delta = 2 \frac{\nu}{R^2} \text{ или } \delta T = 2 \frac{\nu}{R^2} T.$$

Так как  $T = 2\pi/\omega_0$  имеем:

$$\delta T = \frac{2\nu}{R^2} \frac{2\pi}{\omega_0} = 4\pi \frac{\nu}{R^2 \omega_0} = 4\pi Ve.$$

Таким образом, критерий  $Ve$  фактически является логарифмическим декрементом затухания.

Если ввести параметр  $\tau_{\text{рел}}$  - время, в течение которого амплитуда колебания уменьшается в  $(e)$  раз, то получим, что  $\delta = 1/\tau_{\text{рел}}$ , где  $\tau_{\text{рел}}$  - время релаксации.

Следовательно, коэффициент затухания  $\delta$  обратно пропорционален времени релаксации, а период, деленный на время релаксации, есть логарифмический декремент затухания. Вспомним далее, что добротность - это физическая величина, обратно пропорциональная логарифмическому декременту затухания:

$$Q = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{1}{4Ve}$$

и определяет отношение энергии  $w$ , запасенной в колебательной системе в данный момент, к убыли этой энергии за один период колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{w(\tau)}{\Delta w(\tau + T)}$$

В заключение следует отметить, что правая часть главного уравнения колебательного звена в общем случае является нелинейной функцией и от нее зависит процесс перехода к автоколебаниям. Но, в частном случае, когда функция справа оказывается колебательной, а значит, является гармонической ( $\sin$ ,  $\cos$ ), возможны новые эффекты, а именно резонанс - совпадение вынужденных частот колебаний с собственными:  $\omega_0 = \omega_B$ .

Такой случай может проявиться в процессе возникновения ВЧ-колебаний в различных местах камеры сгорания. Принципиально такое возможно. Например, возникнет область локальной неустойчивости вблизи форсуночной головки и одновременно другая область в зоне отрыва потока. В случае совпадения частот в этих областях возникнет резонанс. Далее следует сказать о том, что все случаи возникновения автоколебаний и тем более резонанса следует исключать любыми способами. Некоторые рекомендации по этому вопросу были даны в работе [13]. Среди них следует отметить еще раз оригинальные конструктивные решения: крест Исаева, резонатор Гельмгольца, свисток Гартмана и др. **П**

#### Литература

1. Г.Б. Горелик. Математическое моделирование нестационарных процессов движения в дизельной топливной аппаратуре // Двигатель №2, 2016.
2. Ю.М. Кочетков. Фундаментальные уравнения сверхзвуковой газовой динамики и новый метод профилирования сопел ЖРД // Двигатель №3, 2015.
3. Д.И. Трубецков. Введение в синергетику. Колебания и волны // М. УРСС, 2004.
4. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Неустойчивость при ра-



Алексей Михайлович  
Исаев



Герман Людвиг  
Фердинанд  
фон Гельмгольц



Юлий Гартман исследует свойства  
акустического генератора

боте тепловых турбомашин // Двигатель №2, 2018.

5. В.В. Струминский. Основные направления теоретических исследований проблемы турбулентности // Механика турбулентных потоков, М. Наука, 1980.
6. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Возникновение неустойчивости в ЖРД // Двигатель №2, 2012.
7. Ю.М. Кочетков. Турбулентность и математическое доказательство ее невозможности в сверхзвуковом потоке // Двигатель №3, 2018.
8. Ю.М. Кочетков. Фундаментальное граничное условие сопровождения и новая постановка краевой задачи вязкой газовой динамики // Двигатель №5, 2015.
9. Ю.М. Кочетков. Турбулентность и автоколебательный процесс в ЖРД // Двигатель №3, 2012.
10. В.Н. Гладышев. Автоколебания при горении и термоядерных взаимодействиях // Новосибирск, НИЦ ОИГМ СО РАН, 1999.
11. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш. Специальные функции // М. Наука, 1977.
12. Дж. Стокер. Нелинейные колебания в механических и электрических системах // М. Издательство иностранной литературы, 1953 г.
13. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Прогноз и экспертиза устойчивой работы ЖРД на стадии проектирования и экспериментальной отработки // Двигатель №1, 2019 г.

Связь с автором: [swgeorgy@gmail.com](mailto:swgeorgy@gmail.com)

## ИНФОРМАЦИЯ. Первый полёт нового самолета-гиганта

13 апреля 2019 г. успешно выполнен в пустыне Мохава первый испытательный полёт самолёта Stratolaunch Model 351. Первый полёт, в котором была достигнута скорость 304 км/ч на высоте порядка 4,5 км, продолжался два с половиной часа.

Напомним, что о проекте создания самолёта для обеспечения воздушного старта ракет было объявлено в декабре 2011 г., а 31 мая 2017 г. состоялась первая демонстрация почти готового самолёта. В феврале 2018 г. начались рулежные пробежки. Начались они со скорости 74 км/ч, а 9 января 2019 г. на скорости 226 км/ч были оторваны от земли передние стойки шасси.

Stratolaunch Model 351 - это двухфузеляжный моноплан с высокорасположенным крылом размахом 117,3 м. На пилонах ле-



вой и правой плоскостей установлено по три турбореактивных двигателя PW4056, обладающих тягой по 25 тс. Длина самолёта 73 м, максимальная взлётная масса 590 т, масса полезной нагрузки 250 т.

Stratolaunch Model 351 создаётся для использования в качестве носителя для авиационно-космической системы Stratolaunch, создаваемой американской компанией Stratolaunch Systems. Самолет предназна-

чен для запуска космических ракет-носителей методом "воздушного старта", который будет осуществляться с высоты примерно 10,5 км. Ракета-носитель должна подвешиваться под центральной частью крыла между фюзеляжами. В ходе проектирования и постройки в качестве вариантов полезной нагрузки были последовательно сменены ракеты-носители SpaceX Falcon 9 Air и Orbital ATK Pegasus II. Сейчас рассматривается легкая ракета-носитель Orbital ATK Pegasus XL (стартовая масса 23,2 т, масса полезной нагрузки 443 кг), которая используется для воздушных стартов с других самолетов ещё с 1990 г. Stratolaunch Model 351 будет способен в одном полете осуществить запуск трех ракет-носителей Pegasus XL. **П**