

# ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ РАЗНОТЯГОВОСТИ ТУРБОРЕАКТИВНЫХ ДВУХКОНТУРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ДВУХДВИГАТЕЛЬНОГО САМОЛЁТА, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ОТ РАЗНИЦЫ ЧАСТОТ ВРАЩЕНИЯ ИХ РОТОРОВ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования (ФГБОУ ВО) "Московский Авиационный Институт (Национальный Исследовательский Университет)" (МАИ)

Аделия Юрьевна Бурова, соискатель  
Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

*Рассмотрены вопросы, связанные с математическим моделированием зависимостей тяги турбореактивных двухконтурных двигателей от частот вращения их роторов. Приведены формулы зависимостей тяги таких двигателей от этих частот.*

*The problems associated with mathematical modeling of the thrust dependence of turbojet two-circuit engines on the rotational speed of their rotors are considered. The formulas of dependencies of the thrust of these engines from these frequencies.*

**Ключевые слова:** турбореактивный двухконтурный двигатель, тяга, разнотяговость, частота вращения ротора низкого давления, частота вращения ротора высокого давления.

**Keyword:** turbojet engine, thrust, thrust asymmetry, low pressure rotor speed, high pressure rotor speed.

Одним из резервов повышения безопасности полёта двухдвигательного самолёта с турбореактивными двухконтурными двигателями (ТРДД) при возникающей несимметричной тяге до сих пор остается возможность минимизации разнотяговости таких двигателей в многомерной постановке задачи автоматического контроля асимметрии тяги однотипных ТРДД [1]. Зависимость этой разнотяговости от тяги таких ТРДД формализовано в виде модуля конечной разности тяги одного из них и тяги другого ТРДД [2]. Многомерная постановка задачи автоматического контроля их разнотяговости предполагает зависимость тяги каждого из них сразу от двух параметров тяги (замеряемых параметров тяги) [3]. В качестве таких параметров можно и должно использовать частоты вращения роторов низкого давления (НД) и компрессора высокого давления (КВД). Однако зависимость тяги ТРДД от частот вращения сразу двух его роторов еще не формализовано.

Целью исследования является поиск решения задачи зависимости "разнотяговости" двух ТРДД силовой установки двухдвигательного самолёта от частот вращения их роторов.

## Материал и методы исследования

Материалом исследования являются результаты стендовых испытаний однотипных ТРДД в условиях серийного производства на заводе-изготовителе в режимах "Взлёт", "Крейсерский 1", "Крейсерский 2". Методами исследования являются методы математического и программного моделирования функционирования ТРДД в разных режимах его работы.

## Результаты исследования и их обсуждение

Как известно, зависимости тяги ТРДД  $R_{TRDD}$  от частоты вращения его ротора НД  $n_1$  и тяги ТРДД  $R_{TRDD}$  от частоты вращения его ротора КВД  $n_2$  можно и должно формализовать в форме параболических уравнений вида:

$$R_{TRDD} = A_1 \cdot n_1^2 \text{ и } R_{TRDD} = A_2 \cdot n_2^2$$

с коэффициентами  $A_1$  и  $A_2$  [2].

Будем полагать, что зависимость тяги двух ТРДД от частот вращения сразу двух его роторов можно и должно формализовать в виде эллиптического уравнения с коэффициентами  $J_1, J_2$ :

$$R_{TRDD} = J_1 \cdot n_1^2 + J_2 \cdot n_2^2, \quad (1)$$

где знак "+" обозначает, что каждая из частот вращения способствует усилению тяги и их влияние на уровень тяги суммируется, а не противоречит друг другу. Причём, одному фиксированному значению тяги  $R_{TRDD}$  соответствует совокупность всех точек  $n_1$  и  $n_2$ , то есть четверть эллипса. А совокупности разных значений тяги соответствуют точки с координатами  $(R_{TRDD}, n_1, n_2)$ , расположенные на четверти поверхности параболоида вращения. А в горизонтальном сечении этой четверти параболоида расположена четверть эллипса, совокупность точек которого соответствует конкретным фиксированным значениям тяги  $R_{TRDD}$ .

Согласно каноническому уравнению параболоида:

$$R_{TRDD} = J_{1TRDD} \cdot n_1^2 + J_{2TRDD} \cdot n_2^2$$

параметры тяги ТРДД в режиме "ВЗЛЁТ" ("TAKEOFF") имеют следующие соотношения:

$$\text{при } n_2=0, R_{TAKEOFF} = J_{1TRDD} \cdot (n_{1BALANCE})^2,$$

$$\text{откуда } J_{1TRDD} = R_{TAKEOFF} / (n_{1BALANCE})^2;$$

$$\text{Соответственно, при } n_1=0, J_{2TRDD} = R_{TAKEOFF} / (n_{2BALANCE})^2$$

Причём,  $n_{1BALANCE}$  и  $n_{2BALANCE}$  - полуоси эллипса годографа функции, а координаты его точки  $(n_{1TAKEOFF}$  и  $n_{2TAKEOFF}$ );

если  $n_2 \neq 0$  при  $n_1 \neq 0$ , то

$$R_{TAKEOFF} = J_{1TEST} \cdot (n_{1TAKEOFF})^2 \text{ и } J_{1TEST} = R_{TAKEOFF} / (n_{1TAKEOFF})^2;$$

$$\text{если } n_1 \neq 0 \text{ при } n_2 \neq 0, \text{ то и } J_{2TEST} = R_{TAKEOFF} / (n_{2TAKEOFF})^2;$$

Значения  $R_{TAKEOFF}$ ,  $n_{1TAKEOFF}$ ,  $n_{2TAKEOFF}$  для режима "ВЗЛЁТ" ("TAKEOFF") известны по результатам испытаний статистической выборки однотипных ТРДД на заводских горячих стендах в условиях серийного производства на заводе-изготовителе.

Согласно каноническому уравнению эллипса:

$$(n_{1TAKEOFF})^2 / (n_{1BALANCE})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 / (n_{2BALANCE})^2 = 1; \quad (2)$$

$$(n_{1TAKEOFF})^2 \cdot (n_{2BALANCE})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot (n_{1BALANCE})^2 = (n_{1BALANCE})^2 \cdot (n_{2BALANCE})^2; \quad (3)$$

Причём,  $n_{1TAKEOFF} / n_{2TAKEOFF} = \text{tg}(A_{TEST}) = n_{1BALANCE} / n_{2BALANCE}$  то есть,

$$n_{2BALANCE} = n_{1BALANCE} / \text{tg}(A_{TEST});$$

$$(n_{1TAKEOFF})^2 \cdot (n_{2BALANCE})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot (n_{1BALANCE})^2 - (n_{1BALANCE})^2 \cdot (n_{2BALANCE})^2 = 0; \quad (4)$$

$$[(n_{1TAKEOFF})^2 \cdot (n_{1BALANCE})^2] / \text{tg}^2(A_{TEST}) + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot (n_{1BALANCE})^2 - [(n_{1BALANCE})^2] / \text{tg}^2(A_{TEST}) = 0; \quad (5)$$

$$(n_{1BALANCE})^2 \cdot [(n_{1TAKEOFF})^2 / \text{tg}^2(A_{TEST}) + (n_{2TAKEOFF})^2 - (n_{1BALANCE})^2 / \text{tg}^2(A_{TEST})] = 0; \quad (6)$$

$$\text{Поскольку } n_{1BALANCE} \neq 0, (n_{1TAKEOFF})^2 / \text{tg}^2(A_{TEST}) + (n_{2TAKEOFF})^2 - (n_{1BALANCE})^2 / \text{tg}^2(A_{TEST}) = 0; \quad (7)$$

$$(n_{1TAKEOFF})^2 / \text{tg}^2(A_{TEST}) + (n_{2TAKEOFF})^2 = (n_{1BALANCE})^2 / \text{tg}^2(A_{TEST}); \quad (8)$$

$$(n_{1TAKEOFF})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot \text{tg}^2(A_{TEST}) = (n_{1BALANCE})^2; \quad (9)$$

$$n_{1BALANCE} = \sqrt{(n_{1TAKEOFF})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot \text{tg}^2(A_{TEST})}; \quad (10)$$

$$n_{2BALANCE} = \sqrt{(n_{1TAKEOFF})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot \text{tg}^2(A_{TEST})} / \text{tg}(A_{TEST}); \quad (11)$$

Проверка: если  $n_{1TAKEOFF} = n_{2TAKEOFF} = n_n$ , то  $\text{tg}(A_{TEST}) = 1$  и  $n_{1BALANCE} = n_n \cdot \sqrt{2} = n_{2TAKEOFF} \cdot \sqrt{2}$ , а  $n_{2BALANCE} = n_n \cdot \sqrt{2} = n_{2TAKEOFF} \cdot \sqrt{2}$ ,

что соответствует условию  $n_{1TAKEOFF} = n_{2TAKEOFF}$ .

Т.к.  $\text{tg}(A_{TEST}) = n_{1TAKEOFF} / n_{2TAKEOFF}$ , то

$$n_{1BALANCE} = \sqrt{(n_{1TAKEOFF})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot \text{tg}^2(A_{TEST})} = \sqrt{2} \cdot (n_{1TAKEOFF})^2 = n_{1TAKEOFF} \cdot \sqrt{2}; \quad (12)$$

$$n_{2BALANCE} = \sqrt{(n_{1TAKEOFF})^2 + (n_{2TAKEOFF})^2 \cdot \text{tg}^2(A_{TEST})} / \text{tg}(A_{TEST}) = n_{2TAKEOFF} \cdot \sqrt{2}; \quad (13)$$

Т.к.  $R_{TAKEOFF} = J_{1TRDD} \cdot (n_{1BALANCE})^2$ , то

$$J_{1TRDD} = R_{TAKEOFF} / (n_{1BALANCE})^2 = R_{TAKEOFF} / [2 \cdot (n_{1TAKEOFF})^2];$$

Т.к.  $R_{TAKEOFF} = J_{2TRDD} \cdot (n_{2BALANCE})^2$ , то

$$J_{2TRDD} = R_{TAKEOFF} / (n_{2BALANCE})^2 = R_{TAKEOFF} / [2 \cdot (n_{2TAKEOFF})^2];$$

$$R_{TRDD} = J_{1TRDD} \cdot n_1^2 + J_{2TRDD} \cdot n_2^2 = [(n_1)^2 \cdot R_{TAKEOFF}] / [2 \cdot (n_{1TAKEOFF})^2] + [(n_2)^2 \cdot R_{TAKEOFF}] / [2 \cdot (n_{2TAKEOFF})^2];$$

$$R_{TRDD} = [(0,5 \cdot R_{TAKEOFF}) / (n_{1TAKEOFF})^2] \cdot (n_1)^2 + [(0,5 \cdot R_{TAKEOFF}) / (n_{2TAKEOFF})^2] \cdot (n_2)^2; \quad (14)$$

$$R_{TRDD} = 0,5 \cdot R_{TAKEOFF} [(n_1 / n_{1 TAKEOFF})^2 + (n_2 / n_{2 TAKEOFF})^2]. \quad (15)$$

Таким образом, зависимость разнотяговости  $\Delta R_{TRDD}$  двух двигателей, тяга одного из которых  $R_{TRDD}$  зависит от частот вращения его роторов  $n_1$  и  $n_2$ , а тяга другого  $R_{TRDD}^*$  зависит от частот вращения его роторов  $n_1^*$  и  $n_2^*$ , можно и должно формализовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta R_{TRDD} &= |R_{TRDD} - R_{TRDD}^*| = |J_1(n_1)^2 + J_2(n_2)^2 - [J_1(n_1^*)^2 + J_2(n_2^*)^2]| = \\ &= |J_1(n_1)^2 + J_2(n_2)^2 - J_1(n_1^*)^2 - J_2(n_2^*)^2| = |J_1(n_1)^2 - J_1(n_1^*)^2 + J_2(n_2)^2 - J_2(n_2^*)^2| = \\ &= |J_1(n_1 - n_1^*)(n_1 + n_1^*) + J_2(n_2 - n_2^*)(n_2 + n_2^*)| \end{aligned} \quad (16)$$

Следует учитывать, что разнотяговость может привести к созданию в процессе полета самолета нежелательных боковых сил и моментов, выводящих его с курса и в нежелательном случае приводящих к аварии. Но боковые силы и моменты могут быть скомпенсированы путем ликвидации либо оптимизации разнотяговости автоматической системой управления. Главное - это повлиять на нужный параметр, который достаточно надежно фиксируется системой измерения самолета.

Разнотяговость может возникнуть из-за различных причин. Эти причины, как правило, внешние. Они возникают в процессе полета. Но, чтобы эти причины были "чистыми" для анализа и выработки последовательных действий автоматической системы управления, необходимо иметь максимальную информацию о самом самолете. Эта информация добывается в процессе глубокого тестирования его параметров на стадии его создания в цехах и испытательных стендах. На заводе-изготовителе проводятся жесткие исследования характеристик. При этом выстраиваются закономерности управляющих факторов в виде статистических распределений, и двигатели, в соответствии с нормативными ограничениями, могут быть либо приняты, либо отбракованы или отправлены на переборку. Таким образом, главное - это выбрать эти управляющие факторы и определить последовательность их замеряемых значений.

Рассмотрим этот вопрос с точки зрения технической постановки и с точки зрения эксплуатационных особенностей. Возникновение разнотяговости и асимметрии тяги двух ТРДД силовой установки самолета во время взлета и набора высоты компенсируется, как правило, повышением тяги другого ТРДД. Их разнотяговость и асимметрию тяги контролирует и компенсирует система автоматического управления. При этом фиксируется двигатель с недостающей тягой. В камеру сгорания двигателя впрыскивается больше топлива и энергетика повышается. Увеличивается энтальпия перед турбиной и ее вращение ускоряется. Соответственно ускоряется компрессор. Его вращение связано с вращением турбины, которая закреплена на одном с ним валу. Если схема двухвальная, то вращаются и ускоряются две турбины, находящиеся на разных валах. Угловые скорости вращения этих турбин, а значит и компрессоров также соответственно одинаковы. На практике удобнее отслеживать изменение именно угловых скоростей, а точнее чисел оборотов вращения роторов ТРДД  $n_1$  и  $n_2$ . Расход от впрыска дополнительного топлива, что является причиной повышения числа оборотов, измерять сложно, тем более контролировать в процессе полета. Пилоту комфортнее смотреть на датчики оборотов, которые дают показания с высокой точностью. Тем более система автоматического управления получает более точные значения именно от датчиков оборотов, с которыми удобно работать в автоматическом режиме. Таким образом, физическая постановка задачи сводится к определению числовых значений оборотов и пересчету их на тяговые усилия.

Само определение зависимостей тяги от числа оборотов практически невозможно. Очень много входящих факторов делают эту задачу многопараметрической. А зачастую предсказать простыми рассуждениями эту зависимость невозможно. Поэтому на практике для каждого двигателя на заводе-изготовителе в испытательных цехах определяют эту зависимость экспериментально. Это дроссельная характеристика. Ею пользуются для определения прямых значений тяги в зависимости от числа оборотов ротора компрессора. По значениям чисел оборотов определяют в дальнейшем режим работы. Если имеется отличие от установленных экспериментально, то есть появляется разнотяговость, то дефект по оборотам ликвидируется.

Предложенное решение задачи формализации зависимости разнотяговости ТРДД силовой установки двухдвигательного самолета от частоты вращения их роторов можно и должно считать первоосновой математической модели метода минимизации разнотяговости и асимметрии тяги одноступенчатых ТРДД. [4,5]. Формула зависимости тяги каждого из них от частот вращения РНД и ротора КВД позволяет оценить совокупное влияние изменений частот вращения его роторов на изменение тяги ТРДД. Выведенная на основе этой формулы искомая формула зависимости разнотяговости двух ТРДД от частот вращения РНД и ротора КВД учитывает взаимное влияние изменений частот вращения таких роторов ТРДД на изменение их разнотяговости при построении вычислительных алгоритмов метода минимизации "разнотяговости" и асимметрии тяги одноступенчатых ТРДД по обеим формулам для повышения безопасности полета с несимметричной тягой такого самолета во время взлета и при наборе им высоты.

Следует иметь в виду, что анализ, аналогичный приведенному в данной статье, несомненно будет иметь весьма важное значение при перспективном курсе на размещение на борту распределенных силовых установок у самолета с электрическим приводом. При этом, принципы, на которых строится анализ, естественно могут быть распространены и на число двигателей большее двух. Для самолета с распределенной силовой установкой парирование разнотяговости множественных силовых приводов весьма конкретна и практична. ■

### Литература

1. Бурова А.Ю. Авиационные ТРДД и ТРДДФ - программа-прогноз на средне-срочную перспективу развития методов их модернизации и глубокого тестирования для минимизации "разнотяговости" и асимметрии тяги ТРДД и ТРДДФ самолетов ГА и ВВС // Фундаментальные исследования. - 2014. - № 12 (часть 9). - С. 1862-1872.
2. Дворниченко В.В. Методология решения проблемных вопросов технической и лётной эксплуатации самолетов ГА и их ТРДД на стандартном и криогенных топливах с минимизацией "разнотяговости" ТРДД "на крыле": дис. ... докт. техн. наук. - М.. 2006. - 627 с.
3. Дворниченко В.В., Бурова А.Ю. Глубокое тестирование турбореактивных двигателей методами математической статистики для повышения их соответствия нормативам ICAO // Вестник Московского авиационного института. - 2011. - Т. 18, № 3. - С. 116-127.
4. Новичков В.М., Бурова А.Ю. Применение ТРДД на ЛА с минимизацией "разнотяговости" для повышения безопасности полетов // Фундаментальные исследования. - 2015. - № 11 (часть 7). - С. 1343-1351.
5. Новичков В.М., Бурова А.Ю. Формализация принципа работы системы автоматического управления силовой установкой самолета в полете при асимметрии тяги его турбореактивных двухконтурных двигателей с минимальной "разнотяговостью" // Фундаментальные исследования. - 2017. - № 11-2. - С. 311-319.

Связь с автором: : [frambe@mail.ru](mailto:frambe@mail.ru)



(Развитие темы в следующем номере)