УДК 532.526

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

ЭНТРОПИЙНЫЕ ПОТОКИ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА

Юрий Михайлович Кочетков, д.т.н.

Получено аналитическое выражение для энтропии газового потока и методами молекулярно-кинетической теории показана её прямая зависимость от дисперсии функции распределения молекул по скоростям. Подробно рассмотрены вопросы энтропийных потоков и предложены рабочие формулы для расчетов энтропийных потоков и энтропийных скоростей. Сделаны уточнения в формулах для расчетов переносных свойств с учетом энтропийных эффектов.

An analytical expression for the entropy of a gas stream and methods of molecular-kinetic theory shows its direct dependence on the dispersion of the distribution function of velocities. Discussed the entropy flow and the working formulas for calculating entropy flow and entropy speeds. Made refinements to the formulas for calculations of the transport properties taking into account entropic effects.

Ключевые слова: ***турбулентность, термогазодинамика, тензор.***
Keywords: ***turbulence, entropy, variance, distribution.***

В предыдущей работе [1] была качественно показана прямая связь энтропии системы с дисперсией функции распределения в уравнении Больцмана. Эта связь объясняет смысл энтропии как меры хаоса, а точнее, наоборот - степени порядка. Было установлено, что полный беспорядок реализуется тогда, когда энтропия стремится условно к бесконечности, или когда функция распределения превращается в некоторую равновероятную α-функцию с амплитудой $\varepsilon \to 0$ и дисперсией Д $\to \infty$. Это означает, что молекулы, атомы или элементарные частицы обладают наибольшей индивидуальностью. У каждого своя масса, и они практически не зависят друг от друга. И, наоборот, если функция распределения стремится к максвелловской, то взаимосвязь частиц в этом случае максимальна и ситуация приходит к состоянию равновесия системы. Было показано, что в этой ситуации значение энтропии равно значению газовой постоянной $S_{равн} = R_{\mu}$. И тогда, наряду с выполнением условия равновесия по Максвеллу, будет выполняться аналогичное условие равновесия по Менделееву и Клапейрону. То есть для идеального газа будет справедливо уравнение состояния Менделеева-Клапейрона. И чем дальше энтропия будет удаляться от газовой постоянной, тем интенсивнее процесс установления неравновесности системы. Функция распределения будет расползаться относительно максвелловской, а ее дисперсия будет увеличиваться.

Также было показано, что с увеличением энтропии появляются внутренние потоки, которые приводят к переносу массы (диффузия), импульса (вязкость) и энергии (теплопроводность). Коэффициенты переноса будут обязательно зависеть именно от этих потоков, точнее - от разности скоростей этих потоков, а ещё точнее - от разности скоростей этих потоков и средней тепловой (равновесной или звуковой) скорости частиц. Любое превышение тепловой скорости неминуемо приведет к неравновесным условиям относительно условий по Максвеллу. Эти новые потоки являются потоками энтропии. Прежде всего возникает энтропийная скорость. Только лишь она ответственна за перенос основных физических характеристик. Следует отметить, что скорость звука также является результатом движения энтропийных потоков. Но! Только лишь при условии, когда энтропия принимает свое предельное значение: значение, равное газовой постоянной. А уже было сказано, что газовая постоянная есть энтропия в условиях равновесия. В работе [2] было также показано, что энтропия, хотя и стремится к бесконечности, но она ограничена справа величиной теплоемкости при постоянном объеме C_V. Для идеального газа было получено неравенство:

$$1 \leqslant \frac{S}{R} \leqslant \frac{1}{\kappa - 1},$$

из которого следует, что при $\kappa = C_P/C_V \to 1$, энтропия стремится к бесконечности.

Дисперсия равновесной функции распределения

Л. Больцманом было доказано, что при условии равновесия системы функция распределения будет стремиться к функции распределения Максвелла [3]. Было также доказано, что максвелловское распределение скоростей является единственно возможным, и если в какой-то момент между молекулами имеет место максвелловское распределение, то и в дальнейшем оно не будет нарушаться столкновениями.

Определим через максвелловское распределение значение энтропии и покажем, что она зависит от дисперсии функции распределения. Для этого воспользуемся выражением для этой функции, приведенным, например в [4]:

$$f = \left(\frac{1}{\pi v_н}\right)^{\frac{3}{2}} \times e^{-\frac{v_i^2}{v_н^2}},$$

где v_i - скорость молекул;

$v_н$ - наиболее вероятная скорость молекул, соответствующая скорости теплового движения при условии равновесия системы.

Определим энтропию системы в соответствии с отождествлением Больцмана $s = -\kappa_Б \ln f$.

Тогда

$$s = -\kappa_Б \ln\left(\frac{1}{\pi v_н}\right)^{\frac{3}{2}} + \kappa_Б \frac{v_i^2}{v_н^2}.$$

Значение $\kappa_Б$ выразим через универсальную газовую постоянную и число Авогадро. Тогда:

$$s = -\frac{R}{N_A} \ln\left(\frac{1}{\pi v_н}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{R}{N_A} \frac{v_i^2}{v_н^2}$$

или

$$s = -\frac{3}{2} R \ln\left(\frac{1}{\pi v_н}\right)^{\frac{1}{N_A}} + \frac{R}{N_A} \frac{v_i^2}{v_н^2}.$$

Первый член справа пропадет вследствие того, что корень из $1/\pi v_н^2$ превратится в единицу и тогда логарифм будет равен нулю.

После домножения левой и правой части на величину молекулярной массы μ с целью перехода от молей к килограммам, получим выражение для энтропии S [Дж/(кг×К)] в виде:

$$S = R_{\mu} \frac{v_i^2}{v_н^2}.$$

Выразим отношение квадрата скоростей через дисперсию. Для этого представим:

$$\sqrt{\frac{S}{R_{\mu}}} = \sqrt{\left(\frac{v_i - v_н}{v_н}\right)^2 + 1}.$$

Тогда

$$\frac{S}{R_\mu} = \left(\frac{\sqrt{Д}}{v_н} + 1\right)^2$$

или

$$S = R_\mu\left(\frac{\sqrt{Д}}{v_н} + 1\right)^2.$$

Таким образом, получена зависимость энтропии от дисперсии функции распределения. Из последней формулы следует, что если дисперсия равна нулю и скорость молекул не отличается от наивероятнейшей $v_н$, то энтропия становится равной газовой постоянной. Тем самым с помощью аппарата молекулярной физики доказывается гипотеза [5] о равенстве $S = R_\mu$ при условии равновесия системы. Зависимость энтропии от дисперсии Д характеризует меру хаоса системы, ее беспорядок.

Часто отношение в скобках называют коэффициентом вариации

$$r = \frac{\sqrt{Д}}{v_н} = \frac{\sigma}{v_н},$$

где σ - среднеквадратическое отклонение, тогда:

$$S = R_\mu (r + 1)^2 .$$

Потоки энтропии

О потоках энергии впервые высказался русский ученый Николай Алексеевич Умов. Одновременно и независимо от этого то-же самое предложил британский ученый Джон Генри Пойтинг. В истории физики оба этих ученых отмечены как первооткрыватели вектора Умова-Пойтинга. Но, строго говоря, этот вектор не является потоком, а скорее является силой. Часто временную производную от энергии также называют потоком. Но это лишь производительность (производство) энергии. Впервые о потоках энтропии заявил австрийский ученый Густав Яуман, который предложил формулу сохранения энтропии для неравновесного случая. Но сделал он это по аналогии с гидродинамикой. Правильным определением потока следует считать дивергенцию от тензора, построенного домножением скаляра (собственно энергии или энтропии) на единичный тензор.

Одной из характеристик потока является его локальная скорость. Следует отметить, что наивероятнейшая скорость $v_н$ связана с газовой постоянной и температурой. В молекулярной физике дается формула, которая записывается как:

$$v_н = \sqrt{2R_\mu T} .$$

Преобразуя основную формулу для энтропии, получаем

$$S = R_\mu\left(\frac{\sqrt{Д} + v_н}{v_н}\right)^2.$$

Домножая левую и правую части на температуру, получим:

$$ST = R_\mu T\frac{(\sqrt{Д} + v_н)^2}{2R_\mu T} = \frac{(\sqrt{Д} + v_н)^2}{2}.$$

Далее построим тензор Клазиуса ($ST \times I$) и возьмем от него дивергенцию. Другими словами определим поток связанной энергии:

$$\mathrm{div}\,\mathbb{Q} = \mathrm{div}(ST \times I) = \mathrm{div}\frac{(\sqrt{Д} + v_н)^2}{2} \times \mathrm{I} = \mathrm{grad}\frac{(\sqrt{Д} + v_н)^2}{2} .$$

После преобразований получим:

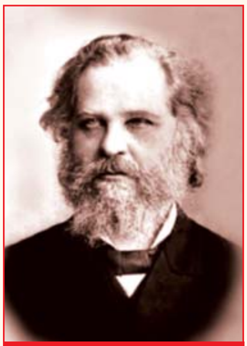
$$\mathrm{div}\,\mathbb{Q} = (\sqrt{Д} + v_н)\,\mathrm{grad}\sqrt{Д} .$$

Переходя далее к среднеквадратичному отклонению и коэффициенту вариации, получим окончательно:

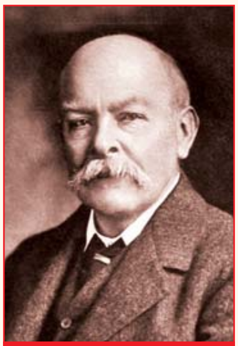
$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{\mathrm{M}}{r+1} \times \mathrm{grad}$$

Здесь М - число Маха (наивероятнейшая скорость заменена на скорость звука).

Привычная в обиходе термогазодинамики скорость звука за-



Николай Алексеевич Умов



Джон Генри Пойтинг

Густав Яуман

писывается следующим образом:

$$a = \sqrt{\kappa R_\mu T}$$

и обычно она отождествляется с тепловой скоростью молекул, так как их отличие мало и непринципиально для анализа. Эти скорости близки и понятно, что они связаны между собой внутренними процессами в термодинамической системе. Эти скорости, прежде всего, связаны с энтропией. Сразу можно сказать, что скорость звука связана с предельной энтропией R_μ - энтропией равновесия. Тогда можно переписать основную формулу в следующем виде:

$$S \approx R_\mu \frac{v_i^2}{a^2}.$$

Снова выразим энтропию через связанную энергию:

$$ST = R_\mu T \frac{v_i^2}{\kappa R_\mu T}.$$

Получаем зависимость скорости v_i от энтропии:

$$v_i = \sqrt{\kappa ST} .$$

Это скорость энтропийного потока. Она является очень важным понятием и качественно, по-новому, характеризует внутримолекулярный процесс. Наличие этой скорости сигнализирует, что процесс неравновесный, что функция распределения уже не максвелловская, а некоторая текущая, и она уже изменяется во времени. Вступают в силу релаксационные процессы. Процессы восстановления равновесия. И чем дальше система ушла от равновесия, тем больше величина времени релаксации и тем больше времени потребуется на ее восстановление. В данной работе клаузиусовское пророчество о судьбе Вселенной оставим без комментариев, так как это требует тщательного анализа с дополнительной аргументацией. В последующей работе этот вопрос будет обязательно затронут.

Коэффициенты переноса

Таким образом, получен важный результат: неравновесность зависит от энтропии. Чем сильнее отличаются в большую сторону скорости молекул относительно равновесной тепловой скорости, тем переносный процесс интенсивнее. Действительно, ведь процессы переноса очевидно зависят именно от разности скоростей (v_i - $v_н$). Допустим, что этой разности нет и она равна нулю. Тогда процесс будет равновесный и энтропия примет свое минимальное значение. Но если величина (v_i - $v_н$) будет конечная, то возникнут энтропийные потоки, и с ними активизируются процессы переноса. Тогда спрашивается: "Какая же скорость является характерной для коэффициентов переноса? Скорость звука?" Но ведь эта скорость, как уже было показано, характеризует равновесный процесс. Скорость потока энтропии? Но ведь частично в нее входит тепловая скорость (все та же скорость звука). Очевидно, характерной скоростью будет именно их разность (v_i - $v_н$), и, видимо, она будет определять величины коэффициентов переноса. То есть именно относительная скорость $v_s = v_i - v_н$ должна присутствовать в коэффициентах диффузии D, вязкости μ и теплопроводности λ.

В молекулярно-кинетической теории благодаря Людвигу Больцману [3] уже разработан алгоритм для расчета этих коэффициентов. Так, для расчета коэффициента диффузии предлагается формула:

$$D = \frac{1}{3}\lambda \times \bar{v}$$

Для расчета коэффициента вязкости:

$$\mu = \frac{1}{3}\rho\lambda \times \bar{v}$$

Для расчета коэффициента теплопроводности:

$$\chi = \frac{1}{3}C_v\rho\lambda \times \bar{v}\,.$$

Здесь λ - длина свободного пробега молекул;

ρ - плотность вещества;

C_v - теплоемкость при постоянном объеме.

Величина $\bar{v}$ - это абсолютная скорость молекулы, которая обычно принимается для расчетов. Но! Для столкновения молекул друг с другом характерной является их относительная скорость. Именно скорость v_s. Поэтому для расчетов рекомендуется именно эта скорость, а не абсолютная. Именно эта скорость характеризует энтропийный поток и формула для скорости может быть записана в виде:

$$v_s = v_i - v_н = v_н\left(\sqrt{\frac{S}{R_\mu}} - 1\right).$$

Величина v_s является локальной величиной. Для придания общности последней формуле, следует в качестве относительной скорости брать среднеквадратическое отклонение σ, которое также зависит от энтропии.

В результате проведенного анализа удалось установить, что энтропия является первородной функцией всей молекулярной физики и термодинамики. Именно она определяет состояние системы и внутренние неравновесные потоки переноса массы, импульса и энергии.

Литература

1. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Закон пси от кси // Двигатель №2, 2017.
2. Ю.М. Кочетков. Турбулентность. Базис-определяющие тензоры термодинамики // Двигатель №3, 2017.
3. Л. Больцман. Лекции по теории газов // М. изд. Технико-теоретической литературы, 1956.
4. Г.Н. Паттерсон. Молекулярное течение газов // М. изд. Физико-математической литературы, 1960.
5. Ю.М. Кочетков. Новая интерпретация второго начала термодинамики и теорема векторного анализа о соотношении движений // Двигатель №6, 2016.

Связь с автором: swgeorgy@gmail.com

ИНФОРМАЦИЯ

Все ведущие мировые автопроизводители постоянно ведут работы, направленные на увеличение эффективности и экономичности используемых двигателей внутреннего сгорания. Так, например, компания Infiniti продемонстрировала двигатель с регулируемой в зависимости от дорожных условий и стиля езды степенью сжатия, а компания Mazda разработала бензиновый "дизель" - двигатель внутреннего сгорания с компрессионным воспламенением бензиновой топливной смеси. Компания предполагает приступить к серийному производству таких двигателей в 2019 году.

Основой такого двигателя является "фирменная" запатентованная технология Spark Controlled Compression Ignition. В отличие от современных бензиновых двигателей, в которых топливная смесь поджигается при помощи искры, вырабатываемой свечой зажигания, в разрабатываемом двигателе воздушно-топливная смесь будет поджигаться без искры, путем сжатия смеси в цилиндре до очень высокого давления.

Такой метод воспламенения смеси известен давно и он используется в дизельных двигателях. Но в случае бензинового двигателя этот способ воспламенения до сих пор не применялся, а ведь он позволил бы использовать более бедную топливную смесь, работать при более низкой температуре и выбрасывать вместе с выхлопными газами в окружающую среду меньшее количество тепловой энергии.

По сравнению с используемыми сейчас компанией Mazda двигателями серии SkyActiv-r, двигатели серии SkyActiv-X будут расходовать на 20...30 % меньше топлива при сопоставимой мощности. При этом, за счет большей степени сжатия топливной смеси вращающий момент у новых двигателей будет на 10...30 % больше, чем

у двигателей предыдущего поколения.

Надо отметить, что пока полностью отказаться от свечей зажигания не удастся, но они необходимы только для холодного запуска двигателя в условиях низкой температуры окружающей среды и в других условиях, затрудняющих процесс компрессионного воспламенения топливной смеси.

Помимо работ по совершенствованию классических технологий компания Mazda планирует выпуск новых моделей электрических автомобилей.

Группа энтузиастов, являющихся членами клуба Tesla Owners Club Italia, установила очередной рекорд дальности поездки на одном заряде аккумуляторных батарей автомобиля Tesla. Автомобиль Model S P100D на одном заряде прошел дистанцию 1078 км, что больше предыдущего рекорда (901,2 км).

При установлении рекорда использовался оптимизированный и самый экономичный стиль вождения. Электромобиль двигался по ровной кольцевой дороге вокруг Салерно с максимальной скоростью 40 км/ч. Автомобиль был "обут" в специальные покрышки, максимально снижающие трение с дорогой во время движения, а само вождение автомобиля осуществлялось в "гладком" режиме с использованием функций автопилота, максимально эффективно расходующего энергию из аккумуляторных батарей. На преодоление рекордной дистанции потребовалось 29 ч.

Все происходящее сейчас в области электрических автомобилей указывает на то, что поездки на тысячекилометровые дистанции на одном заряде батарей очень скоро станут обыденной вещью. Ведь уже сейчас компания Tesla официально оценивает дальность одной поездки модели P100D в половину от рекордной дистанции. А дальнейшее совершенствование используемых технологий аккумуляторных батарей, электродвигателей и т.п. позволит увеличить как официальную, так и рекордную дистанцию, которая уже сейчас превышает дальность поездки обычных автомобилей на одной заправке топливного бака.